

Matematik Olimpiyatlarına Hazırlık Kitaplarının birinci cildinde, konu anlatımının yanında, 600'den fazla çözümlü örnek bulmanız mümkündür. Kitaptaki soruların bazılarını bu dökümanda bulabilirsiniz.

Bu sorular özellikle matematik olimpiyatlarına yeni başlayan öğrencilere uygundur. Matematik alanında kendini daha iyi yetiştirmek isteyen başarılı ilköğretim ve lise öğrencilerine faydalı olacağına inandığım bu kitap, yine derslerini farklı ve ilginç sorularla renklendirmek isteyen öğretmenler için de iyi bir kaynak olacaktır.

Matematik Olimpiyatlarına
Hazırlık 1

Önsöz

Türkiye’deki Matematik Olimpiyatları Konusunda Kısa Bilgi

Türkiye’de olimpiyat etkinlikleri, TÜBİTAK Bilim İnsanı Destekleme Daire Başkanlığı (BİDEB) tarafından yürütülmektedir. Bu çalışmalar hem ulusal düzeyde hem de uluslararası düzeyde yapılmaktadır. Ulusal düzeyde gerçekleştirilen İlköğretim Matematik Olimpiyatı ile Liseler İçin Matematik Olimpiyatları sonuçlarına göre ülkemizi Uluslararası yarışmalarda temsil edecek takımlar belirlenmektedir. Uluslararası Bilim Olimpiyatlarında ülkemizi temsil edecek takımlar matematik olimpiyat kamplarında başarılı olmuş öğrencilerin, çeşitli sınavlar sonucunda seçilmeleriyle oluşmaktadır. Şu ana kadar katıldığımız **Uluslararası Matematik Olimpiyatlarında**, Umut Varolgüneş, Melih Üçer, Ömer Faruk Tekin, Cafer Tayyar Yıldırım, Selim Bahadır (2 kez), Nizameddin Ordulu, Mehmet Bumin Yenmez ülkemize **altın madalya** kazandıran öğrencilerdir.

Son yıllarda, birçok üniversite lise öğrencilerine yönelik olarak matematik olimpiyatları düzenlemektedir. Bunlardan en eskisi Akdeniz Üniversitesi tarafından düzenlenen Ulusal Antalya Matematik Olimpiyatlarıdır, bu olimpiyat birincisi test ve ikincisi klasik olarak iki aşamada yapılmaktadır. Yine, Fatih, Koç, Doğuş, Mersin, Sabancı üniversiteleri de matematik olimpiyatı düzenleyen üniversitelerden bazılarıdır.

Matematik Olimpiyatlarına Hazırlanan Bir Öğrenci Ne Kazanır?

Matematik olimpiyatlarına hazırlanmak hem zor hem de zevklidir. Matematik olimpiyatlarına hazırlanan bir öğrenci sınavın sonucunda hangi dereceyi alırsa alsın **asla kaybetmez**. Öğrendiği konular ve zor soruların yanında, beynini zorlaması ufkuna açmasına ve ileride zor problemler ile karşılaştığında daha sağlıklı ve daha tutarlı yorumlar yapmasını sağlayacaktır. Sporla uğraşan bir sporcu katıldığı olimpiyatta başarılı olamasa bile, hazırlanma aşamasında vücudunun sağlıklı olması için yaptığı çalışmaların faydasını gördüğü gibi, matematik olimpiyatlarına hazırlanan bir öğrenci de, zor problemlere kafa yormasının sonucu olarak beynini geliştirir. İnsanlar düşündükçe aklını kullandıkça, matematik problemi çözdükçe beyin hücrelerinin yolları açılır. Bilim adamları, normal insanların mevcut beyin kapasitelerinin çok az bir kısmını kullanabildiğini söylemektedirler. Bu kapasite elbette sıradan işlerle uğraşarak, beyni yormayarak, basit ve birbirine benzeyen problemleri çözerek artmayacaktır. Beyni yormak gerekir. **Beyni zorlamak**, sürekli yeni problemlerle meşgul etmek gerekir. Beyin hücreleri kullanılmaz ise kaybedilir. O halde, bir matematik yarışmasına girsek de girmesek de zor sorular ile uğraşmalıyız.

Matematik Olimpiyatlarına Nasıl Hazırlanılmalı?

Matematik Olimpiyatlarına hazırlanmak gerçekten zordur. Zaman ister. Tıpkı olimpiyata hazırlanan bir haltercinin sürekli kendini geliştirmesi, yavaş yavaş ağırlıkları kaldırması ve bunu başarabilmek içinde gerekli zamanı harcıyıp vücudunu geliştirmesi gibi, yavaş yavaş ilerlenmesi gereken bir çalışmadır. Olimpiyat sorularını çözmeye yeni başlayan birisine, bazı soruların oldukça zor gelmesi normaldir. Bu biraz bilgiye, biraz tecrübeye biraz da püf noktalı sorulara hazırlıklı olmaya göre değişir. Soruların zorluk derecesi, elbetteki, bir halterin ağırlığı gibi net olarak ifade edilmese de, bildiğiniz bir konuda sorulan bir sorudaki ince bir püf nokta o soruyu çok zor hale getirebilir. Bir soru öğrenildikten sonra kolaydır. Öğreninceye kadar zor bir sorudur. Bu kitabın amaçlarından biri de size göre zor olan soruların sayısının azalmasına yardımcı olmaktır. Olimpiyatlara hazırlanan bir öğrenci herşeyden önce, **kararlı olmalı, kendine güvenmeli**, fakat ne kadar kendine güvenirse güvensin yapamayacağı soruların olduğunun farkında olup, çözemediği sorular karşısında umutsuzluğa düşmek yerine, çözemediği soruların çözümlerini öğrenerek ilerlemesi gerektiğinin bilincinde olmalıdır. Kısaca, matematik olimpiyatlarına hazırlık, **kararlılık, sabır ve azim** isteyen bir iştir. **Acele etmemek gerekir**. Hatta bazı soruların çözümü de anlaşılamayabilir veya bir sorunun çözümü öğrenildikten sonra tekrar karşılaşıldığında o soruyu yapamayabilirsiniz. Öğrencilerden, bu konu ile ilgili en çok karşılaştığım soru, "çözümünü gördüğümüz zaman anlıyoruz ama kendimiz yapamıyoruz, ne yapmalıyız?" sorusudur. Aslında bu normaldir. Olimpiyat sorularının kendine has çözme yöntemleri olabilir. Bu yöntemleri bir anda öğrenmek elbette kolay değildir. Bu kitapta konular ve konu ile ilgili sorulan sorular mümkün olduğu kadar, o konuya gelinceye dek öğrenilen bilgileri içerecek şekilde ele alınmıştır. Bir soruyu çözerken, soruyu **önce kendiniz çözmeye çalışınız**. Çözemez iseniz, **çözümünü inceleyip nasıl bir yöntem kullanıldığını inceleyiniz** ve soruda püf nokta var ise, o **püf noktayı** mutlaka görmeden soruyu geçmeyiniz. Sorunun çözümünü anlamaz iseniz, bu konu ile ilgili bilgilerinizin eksik olabileceğini göz önünde bulundurarak umutsuzluğa kapılmayınız. Unutmayın sizi zorlayan her soru sizin için zor ve güzel bir sorudur. Bazı sorularda hata da olabilir. Bu tür hataları bildirirseniz, kitabın bundan sonraki basımlarında daha hatasız olarak size ulaştırabiliriz.

Hangi Ciltte Hangi Konular Var?

Birinci ve ikinci ciltte, olimpiyatlar için en gerekli temel kavramların ve yöntemlerin verilmesi amaçlandı. Bunun için, temel kavramlar, tanımlar, gösterimler verilerek, problem tipleri, çarpanlara ayırma, çözümlenme, toplamlar, kombinatorik, binom açılımı, ispat yöntemleri konuları ele alındı.

Üçüncü ciltte ise, sayılar teorisi konusu ele alınarak, bölünebilme, asal sayılar, obeb-okek, modüler aritmetik, Fermat, Euler, Wilson teoremleri, Çin kalan teoremi, denklikler, tamdeğer, konuları verildi.

Dördüncü ciltte ise, fonksiyonlar, polinomlar, polinom denklemler ve eşitsizlikler, diziler, denklemler ve denklem sistemleri konularına yer verildi.

Son cillte ise, logaritma ve trigonometri bilgisi, limit, süreklilik, türev, fonksiyonel denklemler ve eşitsizlikler konuları verildi. Her bir kitapta öncelikle, **konuya** ve o konu ile ilgili **örnek öğretici olabilecek sorulara** yer verdim. Daha sonra, her bir konu ile ilgili **dünyada değişik olimpiyatlarda sorulmuş soruları** da içeren bir tane çözümlü test koydum. Son olarak da o konu ile ilgili **TÜBİTAK Matematik Olimpiyatlarında çıkmış sorular** ve çözümlerini verdim. Test sorularının bir çoğu aslında, klasik olimpiyat sorularıdır. Bunun yanında, klasik sorular vererek olimpiyatların soru şeklinden uzaklaşmamaya çalıştım. Umarım, faydalı olur.

Başka Hazırlanabileceğimiz Olimpiyat Kitabı Var mı?

Türkiye’de matematik alanında olimpiyatlara hazırlananlar için, Türkçe kaynak oldukça azdır. Aşağıda, matematik olimpiyatlarına hazırlanan öğrenciler için faydalı olacağına inandığım bazı kitapları yazdım.

1. *Sayılar Teorisinde İlginç Olimpiyat Problemleri ve Çözümleri*, H. İbrahim Karakaş, İlham Aliyev (TÜBİTAK Yayınları).

2. *Analiz ve Cebirde İlginç Olimpiyat Problemleri ve Çözümleri*, H. İbrahim Karakaş, İlham Aliyev (TÜBİTAK Yayınları).

3. *Ulusal Antalya Matematik Olimpiyatları Sorular ve Çözümler*, İlham Aliyev, Mustafa Özdemir, Dilber Şihaliyeva (TÜBİTAK Yayınları).

4. *Sonlu Matematik*, Refail Alizade, Ünal Ufuktepe (TÜBİTAK Yayınları).

5. *Meraklısına Matematik*, Recep Yücesan (Zambak Yayınları).

6. *Meraklısına Geometri*, Ömer Gürlü (Zambak Yayınları).

7. *TÜBİTAK Ulusal Matematik Olimpiyat Soru ve Çözümleri*, Mustafa Töngemen, (Altın Nokta Yayınları) (Bu Kitapta TÜBİTAK olimpiyatlarında çıkmış tüm soruların çözümlerini bulabilirsiniz.)

Teşekkür

Öncelikle, her konuda beni destekleyen ve yardımcı olan, örnek almaya çalıştığım yüksek lisans ve doktora danışman hocam, **Prof. Dr. Abdullah Aziz Ergin’e**, Akdeniz Üniversitesi Matematik Bölümünde bana çalışma fırsatının yolunu açan, bana her konuda örnek olan, kendisine her zaman müteşekkir olduğum **Prof. Dr. Halil İbrahim Karakaş** hocama ve bana yol gösteren dayım **Prof. Dr. Hasan Ali Çelik’e**, 1996 yılında başlayan matematik olimpiyat sorularına olan ilgimin artarak devam etmesini sağlayan, bu konuda beni teşvik eden, **Prof. Dr. İlham Aliyev** hocama, teşekkür ederim. Ayrıca, kitabın hazırlanması sırasında, kitabın hem içeriği hem de düzeni konusunda zaman harcıyıp, tavsiye ve düzeltmelerde bulunan **Prof. Dr. Ali Nesin** hocama teşekkür ederim. Soruların ve çözümlerin tashihinde bana yardımcı olan, Yüksek Lisans Öğrencisi **Osman Palancı’ya**, **Yard. Doç. Dr. Gültekin Tınaztepe’ye** ve **Oğuz Yeğin’e** ve kitabın hazırlanma aşamasında bana destek olan eşim **Burcu Özdemir’e** teşekkür ederim. Ayrıca, kendilerinden gerektiği kadar yararlanmadan aramızdan ayrılan değerli hocalarım **Fikri Gökdal** ve **Prof. Dr. Doğan Çoker** hocalarımı da saygıyla anıyorum.

Kısa Özgeçmiş

Mustafa Özdemir, 1975 yılında Konya'nın **Bozkır** ilçesinde doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Antalya'da tamamladı. 1992 yılında girdiği **Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Matematik Öğretmenliği Bölümü**'nden 1996 yılında mezun oldu. 1999 - 2007 yılları arasında, **Akdeniz Üniversitesi**, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Anabilim Dalında yüksek lisans ve doktorasını tamamladı. Halen, Akdeniz Üniversitesi Matematik Bölümünde çalışmaktadır.

İkinci Baskı İçin Teşekkür.

Altın Nokta Yayınevi olarak, kitabı yayınları arasına alarak basımı ve dağıtımını konusunda her türlü fedakarlığı yapan **Halil İbrahim Akçetin**'e ve değerli eşine çok teşekkür ederim.

Ayrıca, kitabın birinci baskısında hatalı soru çözümleri, baskı hataları, eksik çözümler, yanlış ifade edilişler ile ilgili birçok hatalarımı görüp bildiren, **Başer Kandehir**'e, **Reşit Kaya**'ya, **Mahmut Bektaş**'a, **Taha Eyüp Korkmaz**'a, **Salih Can**'a, **Ahmet Arduç**'a, **Ebubekir Celayir**'e ve **Oğuzhan Yılmaz**'a çok teşekkür ediyorum. Onların da katkılarıyla kitap çok daha hatasız hale gelmiştir. Bunun yanı sıra kitaptaki olabilecek diğer hatalarımı ve kitapla ilgili görüş ve düşüncelerinizi, yine **mozdemir07@gmail.com** mail adresine gönderirseniz sevinirim.

Hayatta iken değeri yeterince bilinmeyen tüm anneler adına Annem Hayriye Özdemir'e

İçindekiler

BİRİNCİ BÖLÜM

Temel Bilgiler

Basit Denklem Çözümleri ve Sayıların Özelliklerinin Kullanılması	20
Basit Eşitsizlikler	28
Faktöriyel Kavramı	30
Bir Sayının Tam Kısım	32
Mutlak Değer	35
Üslü ve Köklü Sayılar	39
Oran - Orantı	44
Karışık Örnekler	45
Çözümlü Test 1	53
Çözümler	58
TÜBİTAK SORULARI (Temel Bilgiler)	67
TÜBİTAK SORULARININ ÇÖZÜMLERİ (Temel Bilgiler)	76
ULUSAL ANTALYA MATEMATİK OLİMPİYATI SORULARI	89

İKİNCİ BÖLÜM

Problemler

Yaş Problemleri	93
İşçi - Havuz Problemleri	95
Hareket Problemleri	99
Yüzde - Faiz Problemleri	101
Karışım Problemleri	104
Saat Problemleri	105
Sınav Problemleri	106
Tahtadaki Sayı Problemleri	107
Tartı Problemleri	110
Sayı Tablosu ve Sihirli Kare Problemleri	112
Mantık Problemleri	114
Oyun ve Turnuva Problemleri	115
Çember Etrafına Sayı Yerleştirme Problemleri	118
Çözümlü Test 2	121

Çözümler	126
TÜBİTAK SORULARI (Problemler)	133
TÜBİTAK SORULARININ ÇÖZÜMLERİ (Problemler)	145
ULUSAL ANTALYA MATEMATİK OLİMPİYATI SORULARI	165

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

Çarpanlara Ayırma ve Özdeşlikler

Çarpanlara Ayırma Yöntemleri	169
Özdeşlikler	176
Karışık Örnekler	191
Çözümlü Test 3	201
Çözümler	206
TÜBİTAK SORULARI (Çarpanlara Ayırma)	217
TÜBİTAK SORULARININ ÇÖZÜMLERİ (Çarpanlara Ayırma)	221
ULUSAL ANTALYA MATEMATİK OLİMPİYATI SORULARI	229

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

Çözümleme ve Taban Aritmetiği

Çözümleme	233
Rakam Değiştirme veya Silme	237
Karışık Örnekler	239
Çözümlü Test 4	251
Çözümler	258
TÜBİTAK SORULARI (Çözümleme)	273
TÜBİTAK SORULARININ ÇÖZÜMLERİ (Çözümleme)	279
ULUSAL ANTALYA MATEMATİK OLİMPİYATI SORULARI	289

BEŞİNCİ BÖLÜM

Eşitsizliklere Giriş

Aritmetik - Geometrik - Harmonik Ortalama ve Eşitsizlikleri	291
Cauchy - Schwartz Eşitsizliği	299
Karışık Örnekler	303
Çözümlü Test 5	305
Çözümler	307
ULUSAL ANTALYA MATEMATİK OLİMPİYATI SORULARI	313
YANIT ANAHTARI	315

SORULAR

Örnek 1 $3n - 10$, $6n - 13$ ve $5n - 13$ sayılarının üçü de asal sayı olacak şekilde kaç n pozitif tamsayısı vardır?

Örnek 2 $\frac{2n - 3}{5n - 1}$ kesiri, 1'den büyük bir n tamsayısı için, a pozitif sayısı ile sadeleştirilebildiğine göre, a sayısı kaçtır?

Örnek 3 n ve $n + 100$ sayılarının her ikisinin de bölenlerinin sayısı tek olacak şekilde kaç değişik n pozitif tamsayısı vardır?

Örnek 4 $a^2 + b = b^{1999}$ denklemini sağlayan kaç (a, b) tamsayı ikilisi vardır? (Estonya M.O. 1999)

Örnek 5 $n^2 + n^3$ sayısı tamkare olacak şekilde 100'den küçük kaç n pozitif tamsayısı vardır?

Örnek 6 a, b, c, d ve e birbirinden farklı birer rakam ve $": "$ işareti bölme işlemi göstermek üzere, $a : b : c : d : e$ işleminde parantezler kullanılarak elde edilebilecek en büyük sayı kaçtır?

Örnek 7 10'dan küçük olan ve en sadeleşmiş durumda paydası 30 olan tüm pozitif rasyonel sayıların toplamını bulunuz. (AIME 1992)

Örnek 8 Rakamları birbirinden farklı 9 basamaklı bir sayının herhangi yedi rakamı silindiğinde elde edilen iki basamaklı sayıya özsayı diyelim. Özsayıların sadece birinin asal olabilmesi için, 9 basamaklı sayıda hangi rakam kullanılmamalıdır?

Örnek 9 Toplamları 500 olan tamsayıların çarpımları en büyük kaç olabilir?

Örnek 10 $||| |x^2 + 3x - 5| - 4| - 3| - 2| - 1| = 3x - 15$ denkleminin kaç çözümü vardır?

Örnek 11 $|x - 10| + |x - 9| + \dots + |x - 1| + |x| + |x + 1| + \dots + |x + 10| = c$ denkleminin tek çözümü olduğunu biliyoruz. Buna göre, c sayısını bulunuz.

Örnek 12 $\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} + \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}} = ?$

Örnek 13 $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{z^2} + \frac{z^2}{u^2} + \frac{u^2}{x^2} = 2$ denklemini sağlayan kaç (x, y, z, u) reel sayı dördlüsü vardır?

Örnek 14 a, b, c ve d pozitif sayıları için, $abcd = 4$ olduğuna göre,

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{2b} + \frac{2}{3c} + \frac{3}{4d}$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

Örnek 15 n bir pozitif tamsayı ve x pozitif bir reel sayı olmak üzere, $nx + \frac{1}{x^n}$ ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir? (UİMO - 2002)

Örnek 16 x pozitif bir reel sayı olmak üzere, $x^2 + \frac{1}{4x}$ ifadesi aşağıdaki değerlerden hangisini alamaz? (UMO - 2002)

A) $\sqrt{3} - 1$ B) $\sqrt{5} - 1$ C) 1 D) $2\sqrt{2} - 2$ E) Hiçbiri

Örnek 17 $x^4 + y^4 + z^4 + 1 = 4xyz$ eşitliğini sağlayan kaç (x, y, z) reel sayı üçlüsü vardır? (UMO - 2006)

Örnek 18 a ve b reel sayılar ve $ab(a - b) = 1$ ise, $a^2 + b^2$ aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir? (UMO - 2001)

A) $\sqrt{11}$ B) 1 C) 2 D) $2\sqrt{2}$ E) Hiçbiri

Örnek 19 $x^3 3^{1/x^3} + \frac{3^{x^3}}{x^3} = 6$ denkleminin kaç farklı reel çözümü vardır? (UMO - 1998)

Örnek 20 $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$S = \left\lfloor \frac{a+b}{c} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{b+c}{a} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{c+a}{b} \right\rfloor$$

ifadesinin alabileceği en küçük değeri bulunuz. (Harvard MIT Math. Tournament 2005)

Örnek 21 2, 56, 2, 61, 2, 65, 2, 71, 2, 79, 2, 82, 2, 86 sayılarının her birini bir tamsayı değerine yuvarlanarak yapılan toplama işlemindeki toplam, gerçek toplama eşit olsun. Her bir yuvarlamadaki hataların en büyük olanı E olsun. E sayısının en küçük değeri için, $100E$ sayısı kaçtır? (AIME 1985)

Örnek 22 $|x + |x| + a| + |x - |x| - a| = 2$ denkleminin tam üç çözümü olacak şekilde kaç a sayısı vardır?

Örnek 23 $x = 3^{2007}$ olmak üzere, $\sqrt{x^2 + 2x + 4}$ ve $\sqrt{4x^2 + 2x + 1}$ sayıları arasında kaç tamsayı vardır?

Örnek 24 $1 \leq a \leq 100$ ve $1 \leq b \leq 100$ olmak üzere, $a + \sqrt{b} + \frac{1}{a + \sqrt{b}}$ ifadesi tamsayı olacak şekilde, kaç (a, b) tamsayı çifti vardır?

Örnek 25 $6! = 8 \cdot 9 \cdot 10$ eşitliğinde $6!$ sayısı ardışık üç sayının çarpımı şeklinde yazılabilmektedir. $n!$ sayısı $(n - 3)$ tane ardışık sayının çarpımına eşit olacak şekilde yazılabiliyorsa, en büyük n sayısı kaç olabilir? (AIME 1990)

Örnek 26 Aralarındaki fark 60 olan iki pozitif tamsayının karekökleri toplamı tamkare olmayan bir pozitif tamsayının kareköküne eşit olduğuna göre, bu iki tamsayının toplamının alacağı maksimum değer kaçtır? (AIME 2003)

Örnek 27 $2^k + 1 = m + 2n(m - 1)$ eşitliğini sağlayan kaç (k, m, n) pozitif tamsayı üçlüsü vardır?

Örnek 28 p bir asal sayı ve $x > 0$, $n \geq 0$ tamsayılar olmak üzere, $n^2 \cdot p < 1000$ eşitsizliğini sağlıyorsa,

$$n^2 + 100 \cdot \frac{x}{p} = (n + x)^2$$

denkleminin kaç (x, n, p) çözüm üçlüsü vardır? (Akd. Ün. Antalya M.O. 2009)

Örnek 29 n bir pozitif tamsayı olmak üzere, $a = \frac{n(n+1)}{2}$ biçimindeki sayıya bir üçgensel sayı denir. Buna göre, $a - b = 90$ eşitliğini sağlayan kaç tane (a, b) üçgensel sayı ikilisi vardır? (Akd. Ün. Antalya M.O. 2009)

Örnek 30 a, b ve $c \in \mathbb{R}$ ve $m \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere,

$$\frac{1}{m}n^3 - an^2 - bn - c$$

ifadesi, her $n \in \mathbb{Z}$ için tamsayı olduğuna göre, m sayısının alabileceği kaç değer vardır?

Örnek 31 $n^2 + n + 109$ sayısı tamkare olacak şekilde kaç n pozitif tamsayısı vardır?

Örnek 32 $1, 2, 3, \dots, 2007$ tamsayıları arasından öyle k farklı sayı seçilecektir ki, seçilen sayılardan herhangi ikisinin farkı toplamlarını bölemesin. Buna göre, seçilebilecek maksimum k sayısı kaçtır?

Örnek 33 k pozitif bir tamsayı olmak üzere, aritmetik olarak artan üç ardışık sayının kareleri

$$36 + k, 300 + k, 596 + k$$

olduğuna göre k kaçtır?

Örnek 34 $a, b \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ biçiminde yazılabilen kaç pozitif tamsayı vardır

Örnek 35 $\frac{n^2 + 3n + 1}{4n + 11}$ ifadesi tamsayı olacak şekilde kaç pozitif n tamsayısı vardır?

Örnek 36 $x > 0$ olmak üzere,

$$\frac{x^6}{8} + 6 \cdot \frac{2^{11}}{x}$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2^7 B) $8 \cdot 2^8$ C) $8 \cdot 2^8$ D) $7 \cdot 2^9$ E) $7 \cdot 2^8$

Örnek 37 $x > 0, y > 0, z > 0$ olmak üzere, $\frac{5x^3yz}{x^5 + y^5 + z^5}$ ifadesi aşağıdaki değerlerden hangisini alamaz?

A) 1 B) 2 C) $\sqrt[4]{2}$ D) $\sqrt[5]{25}$ E) $\sqrt[4]{9}$

Örnek 38 p ve q asal sayıları için, $p + q$ ve $p + 7q$ sayıları tamkare olacak şekilde kaç (p, q) ikilisi vardır?

Örnek 39 $\frac{100!}{99! + 98! + 97! + \dots + 1!}$ sayısının tamdeğeri kaçtır?

Örnek 40 $x, y \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere, $x + y^2 - y - 1 = xy$ denklemini sağlayan en küçük x sayısı kaçtır?

Örnek 41 $2^a + 2^b = c!$ denklemini sağlayan kaç (a, b, c) negatif olmayan tamsayı üçlüsü vardır?

Örnek 42 $m^2 + 6m + 28$ sayısı tamkare olacak şekilde kaç tane m tamsayısı vardır?

Örnek 43 3600 sayısının çift pozitif bölenlerinin toplamı kaçtır?

Örnek 44 50 soruluk bir sınavda her doğru yanıt için 5 puan verilirken, her yanlış yanıt için 3 puan ve her boş yanıt için de 1 puan kesilmektedir.

a) Bu sınava giren Betül'ün yanlış sayısı doğru sayısından fazla olduğu bilindiğine göre negatif puan almayacak şekilde yapacağı en az doğru için yanlış sayısı en fazla kaç olabilir?

b) Betül kaç değişik şekilde 0 puanı alabilir.

Örnek 45 30 sorudan oluşan bir test sınavında, her doğru yanıt için 5 puan, boş bırakılan her soru için 1 puan ve yanlış bırakılan her soru için ise 0 puan verilmektedir. Bu puanlama sistemiyle 1'den (1 dahil) 150'ye kadar (150 dahil) alınabilecek tüm puanların alınabilmesi için sınıfta en az kaç kişi olmalıdır?

Örnek 46 Burcu, Alper ve Mustafa'nın yaşları toplamı 48'dir. Alper ve Mustafa'nın yaşları toplamı, şimdiki yaşları toplamının 3 katı olduğunda, Burcu'nun yaşı, Alper'in bugünkü yaşının 6 katı, Mustafa'nın bugünkü yaşının ise 4 katı olduğuna göre, Burcu bugün kaç yaşındadır?

Örnek 47 Ahmet ile Alper'in yaşları toplamı 60'tur. Ahmet, Alper'in yaşında iken Alper'in doğmasına 18 yıl vardı. Buna göre, Alper, Ahmet'in şimdiki yaşına geldiğinde Ahmet kaç yaşında olur?

Örnek 48 Hayriye, Nuriye ve Lokman farklı yaşlardaki üç kardeştir ve tümünün doğum tarihi 19 ocaktır. Hayriye, 4 yaşında iken, Nuriye'nin yaşı, Lokman'ın yaşının 3 katıydı. Lokman, Hayriye'nin yaşının 2 katı yaşındayken, Nuriye'nin yaşı, Hayriye'nin yaşının 5 katıydı. Nuriye'nin yaşı Lokman'ın yaşının 2 katı olduğunda Hayriye kaç yaşında olur?

Örnek 49 Ali bir işin yarısını 3 günde, Cemil aynı işin $\frac{2}{3}$ 'ünü 12 günde ve Deniz ise aynı işin $\frac{1}{3}$ 'ünü 4 günde yapabilmektedir. Ali ile Cemil birlikte çalışmaya başladıktan 2 gün sonra Deniz'de birlikte çalışmaya başlıyor. 1 gün sonra Ali ve Cemil işten ayrılıyor. Geri kalan işin $\frac{2}{3}$ 'ünü Deniz tek başına kaç günde bitirebilir?

Örnek 50 Bir musluk tek başına bir havuzu 6 saatte doldurmakta, başka bir musluk ise aynı havuzun yarısını 12 saatte boşaltmaktadır. Birinci musluktan akan su miktarı %20 arttırılır ve ikinci musluktan akan su miktarı %20 azaltılırsa, iki musluk birlikte açıldığında musluk kaç saatte dolar?

Örnek 51 Birim zamanda biri diğerinin iki katı su akıtan iki musluk boş bir havuzu birlikte 12 saatte doldurmaktadır, iki musluk aynı anda açılıyor. 6'ncı saatin sonunda az su akıtan musluk kapatılıyor. Havuzun boş olan kısmını fazla su akıtan musluk kaç saatte doldurur?

Örnek 52 Yarıçapı r olan bir musluk, yarıçapı $3r$ olan muslukla birlikte açılınca havuz a saatte doluyor. Yarıçapı r olan $\frac{r}{2}$ 'ye düşürülüp, $3r$ olan $4r$ 'ye çıkarılırsa havuz b saatte doluyor. Buna göre, a/b oranı kaçtır?

Örnek 53 n tane musluk birer saat arayla açılırsa son musluk açıldıktan 1 saat sonra havuzun $1/2$ 'si doluyor. Eğer, muslukların birim zamandaki su akıtma kapasiteleri iki katına çıkarılır ve ikişer saat arayla açılırsa, muslukların yarısı açıldıktan iki saat sonra havuzun $8/15$ 'i doluyor. Buna göre n kaçtır?

Örnek 54 Ahmet ile Burcu aynı sayıda gün çalışıyorlar. Eğer, Ahmet 1 gün daha az çalışsa ve Burcu'da 5 gün daha az çalışsa, Ahmet 120 TL ve Burcu da 40 TL kazanıyor. Eğer Ahmet 5 gün az çalışsa ve Burcu da 1 gün az çalışsa, Burcu, Ahmet'ten 20 TL daha az kazanıyor. Buna göre, Ahmet ve Burcu tam çalıştıklarında toplam kaç TL kazanırlar.

Örnek 55 Bir aracın 420 km yolu 60 km/saat hızla gitmesi düşünülüyor. 2 saat gecikmeyle yola çıkan araç 60 km/saat hızla 3 saat gidiyor. Aracın normal zamanda yolculuğu bitirmesi için geri kalan yolu kaç km/saat hızla gitmesi gerekir?

Örnek 56 İki araba bir A şehirden B şehrine doğru sabit fakat farklı hızlarla aynı anda hareket ediyorlar. Hızlı olan araba B'ye vardıktan sonra durmadan geri dönüyor ve B'yi x km geçtikten sonra diğer arabayla karşılaşıyor. Daha sonra, hızlı olan araba A'ya varıp tekrar dönüyor ve A ile B arasındaki yolun $1/y$ kadarını aldığı anda diğer araba ile tekrar karşılaşıyorlar. Buna göre A şehriyle B şehri arasındaki uzaklık kaç km'dir.

Örnek 57 100 basamaklı bir yürüyen merdiven yukarı doğru sabit hızla hareket ederken, Alper ile Burcu merdivenlerden yürüyerek çıkıyor. Alper, merdivenin tepesine kadar 40 basamak, Burcu ise 60 basamak çıkıyor. Buna göre Burcu'nun hızının Alper'in hızına oranı kaçtır?

Örnek 58 İki araba aynı anda aynı yöne doğru saatte 40 km ve 50 km hızlarla hareket ediyorlar. Üçüncü araba iki araba hareket ettikten yarım saat sonra aynı yönde hareket edip, ikinci olan arabayı geçtikten 1,5 saat sonra birinci olan arabaya da yetişiyor. Üçüncü arabanın hızını bulunuz.

Örnek 59 A ve B şehirleri arasındaki mesafe 39 km'dir. Ali, A şehirden B şehrine giderken, önce yokuş çıkıp, sonra düz gidip, daha sonra da yokuş inerek B şehrine ulaşmaktadır. Ali, A şehirden B şehrine 12 saatte giderken, 15 saatte geri dönmektedir. Ali'nin Yokuş çıkarken, düz giderken ve yokuş inerken hızları sırasıyla ise 2, 3 ve 5 km/saat olduğuna göre, A ile B şehri arasındaki düz olan yolun uzunluğu kaç km'dir.

Örnek 60 Bir sınıftaki öğrencilerin %75'i fizikten, %90'ı da matematikten, %80'i kimyadan ve %95'i de biyolojiden başarılı olmuştur. Buna göre, sınıftaki öğrencilerin en az % kaç tüm dört dersten de başarılı olmuştur?

Örnek 61 Bir sınıftaki gözlüklü öğrencilerin %25'i kızdır. Kız öğrencilerin ise yarısı gözlüklüdür. Sınıfın %25'i ise gözlüksüz ve erkektir. Gözlüklü kız öğrenciler sınıfın yüzde kaçındır?

Örnek 62 Bir tüccar, metresi 240 TL'den aldığı kumaşı yıkatıp kuruttuktan sonra %20 karla satacaktır. Yıkatıp kurutma işleminden sonra kumaş %20 kısaldığına göre, kumaşın metresi kaç TL'den satılmalıdır?

Örnek 63 Bir pazarcı, domatesten %20 kar elde etmeyi düşünmektedir. Domatesin yarısını bu kar ile sattıktan sonra, geri kalan domateslerin %20'sinin ezildiğini görüyor ve bunları atıyor. Geri kalan domateslerin fiyatını tüm domates satışından %20 kar edecek şekilde değiştiriyor. Buna göre, domatesin kilosunu en son alan müşteriler ilk alan müşterilerden %'de kaç daha pahalı almıştır.

Örnek 64 Bir satıcı, bir miktar bardak alıyor. Bardakların 15 tanesini %20 zararına veriyor. Geri kalan bardakları da 2 TL kar ile diğer müşterilerine satıyor. Satış fiyatlarının tamamı tamsayı TL olduğuna ve tüm satıştan, 1000 TL kar ettiğine göre, satıcı en az kaç bardak alıp satmıştır?

Örnek 65 İlköğretim ve lise öğrencilerine yapılan bir ankette uzayda hayat olup olmadığına inanıp inanmadıkları sorulmuş ve sadece evet ve hayır yanıtları alınmıştır. Ankete katılan ilköğretim ve lise öğrencilerinin sayısı birbirine eşittir. Evet diyen öğrencilerin %60'ı lise öğrencisi ve hayır diyen öğrencilerin %80'i ilköğretim öğrencisi olduğuna göre, ilköğretim öğrencilerinin yüzde kaç evet demiştir?

Örnek 66 Şeker oranları %40 ve %60 olan şekerli su karışımları, şeker oranlarıyla ters orantılı bir şekilde karıştırılıyor. oluşan karışımın su yüzdesi ne olur?

Örnek 67 Bir A musluğu %25 tuzlu su akıtarak $3x$ saatte, aynı havuzu B musluğu %65 tuzlu su akıtarak $5x$ saatte doldurabilmektedir. İki birlikte açılınca havuzu doldurdıklarında havuzdaki suyun tuz oranı yüzde kaç olur?

Örnek 68 Alkol oranı %40 olan alkol su karışımından bir miktar alınıp yerine geriye kalan karışımın miktarında su konuluyor. Yeni karışımından bir miktar daha alınıp, yerine geri kalan karışım kadar alkol konuluyor. Son elde edilen karışım 120 litre ise, ne kadarı alkoldür?

Örnek 69 Günde 4 dk geri kalan dijital olmayan bir saat, zamanı doğru olarak gösterdikten en az kaç gün sonra zamanı tekrar doğru gösterecektir.

Örnek 70 Biri saatte 2 dakika ileri giden, diğeri saatte 3 dakika geri kalan dijital olmayan iki saat, doğru zamanı gösterdikten kaç gün sonra yine doğru zamanı gösterirler?

Örnek 71 Saat 9'dan kaç dakika sonra akreple yelkovan arasındaki açı a) 123° b) 72° olur.

Örnek 72 Tahtada yazılan bir sayı silinip yerine her adımda, ya üç katı, ya küpü, ya da karesi alınıyor. Tahtadaki ilk yazılan sayı 9 ise 3^{1000} sayısına en az kaç adımda ulaşılabilir?

Örnek 73 Tahtada $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{100}$ sayıları yazılmıştır. Her adımda ikisi silinip yerine silinen sayıların çarpımları ile toplamlarının toplamı yazılıyor ve tahtada tek sayı kalıncaya kadar bu işleme devam ediliyor. Buna göre tahtada son kalan sayı kaçtır?

Örnek 74 Tahtada 2, 3, 4, ..., 100 sayıları yazılıdır. Tahtadaki herhangi iki x ve y sayısı silinip yerine $xy - x - y + 2$ sayısı yazılıyor. Bu işleme tahtada bir tek sayı kalıncaya kadar devam ediliyor. Buna göre, tahtada kalan son sayı kaç olacaktır?

Örnek 75 Tahtaya bir (a_1, a_2, a_3) sayı üçlüsü yazıldıktan sonra, her adımda bu sayılardan herhangi a_i ve a_j , $i \neq j$ ikisini seçerek, bunların yerine,

$$(0, 6a_i - 0, 8a_j) \text{ ve } (0, 8a_i + 0, 6a_j)$$

sayılarını yazıyoruz. (3, 4, 12) sayıları tahtaya yazıldıktan sonra, belirtilen işlemler ile aşağıdaki üçlülerden hangisi elde edilemez. (Hrvatistan 1999)

- A) (2, 8, 10) B) (1, 3, 9) C) (5, 8, 16) D) (11, 12, 18) E) Hiçbiri

Örnek 76 Tahtadaki n sayısı silinip yerine, $n = a + b$ olması şartıyla $a \cdot b$ sayısı yazılabilir. Tahtada, başta 22 sayısı var ise, aşağıdakilerden hangisi elde edilemez?

- A) 2000 B) 2001 C) 2006 D) 2010 E) Hiçbiri

Örnek 77 Matematik öğretmeni, tahtanın soluna 2, sağına 5 yazıyor. Birinci öğrenci bu sayıların arasına çarpımları olan 10 sayısını yazıyor. İkinci öğrenciden itibaren sırası gelen her öğrenci yine tahtada ardışık yazılı tüm sayı ikilileri için, bunların arasına çarpımlarını yazıyor. Altıncı öğrenci de işlemi bitirdikten sonra, tahtada yazılı tüm sayıların çarpımı hesaplanıyor. Bu çarpımın sonunda kaç 0 vardır?

Örnek 78 Bir kuyumcu, yeni aldığı çırağına bir oyun oynuyor. Birbirinin görünüm ve gramaj olarak aynı olan iki altın yüzüğün yanına, bunlardan hafif olan fakat görerek ayırt edilemeyen birbirinin aynı 2 tane yüzük daha koyuyor. Kuyumcu çırağından, denge terazisini kullanarak en az tartıyla bu hafif yüzükleri bulmasını istiyor. Kuyumcu çırağı en az kaç tartıda bu 2 yüzüğü bulabilir?

Örnek 79 Birbirinin aynı görünüme sahip 6 adet bilyeden birinin ağırlığı diğerlerinden farklıdır. Dijital tartı kullanarak farklı olan bilyeyi ve ağırlığını en az kaç adımda hesaplayabiliriz.

Örnek 80 Bir turnuvada 10 takım vardır. Galibiyete 3 puan, beraberliğe 1 puan ve mağlubiyete ise 0 puan verilmektedir. Turnuvanın sonunda 10 takımın toplam puanları 130 ise, kaç maç beraberlikle bitmiştir?

Örnek 81 Bir futbol turnuvasında, her takım diğer takımlarla yaptığı maçlardan en az beşini kazanmıştır. Bu turnuvada en az beş maç kaybeden bir takımın olduğunu kanıtlayınız.

Örnek 82 Bir turnuvada her iki oyuncu birbirleriyle bir kez maç yapıyorlar. Her bir oyuncuya kazandığı her maç için, 1 puan, beraberlik için $1/2$ puan ve kaybettiği her maç için ise 0 puan verilmektedir. S , bu turnuvadaki en az puan alan 10 oyuncunun kümesini gösterebilir. Turnuvadaki her oyuncunun kazandığı puanların yarısını S kümesindeki oyuncularla yaptıkları maçlardan aldıkları bilindiğine göre, turnuvada kaç oyuncu vardır? (AIME - 1985)

Örnek 83 1, 2, 3, ..., 12 sayılarını bir çember etrafına dizmek istiyoruz.

a) Herhangi komşu iki sayının toplamı tamkare olacak şekilde bir diziliş mümkün müdür?

b) Herhangi komşu iki sayının toplamı $n(n+1)/2$ formunda olacak şekilde bir diziliş mümkün müdür?

Not : $n(n+1)/2$ formunda yazılabilen sayılara **üçgensel sayılar** denir.

Örnek 84 Bir çember etrafında, $n \geq 2$ olmak üzere, 1'den n 'ye kadar tüm tam-sayılar yerleştirilecektir. Herhangi iki komşu sayının ortak en az bir rakamı var olacak şekilde en küçük n sayısını bulunuz. (Rusya M.O. 1999)

Örnek 85 Art arda gelen herhangi iki sayının aralarındaki fark 2 veya 3 olacak şekilde 2002 farklı sayı bir çember etrafında diziliyor. Çemberin etrafındaki en büyük sayıyla, en küçük sayı arasındaki fark en fazla kaç olabilir? (Tourn. of Towns M.O. 2002)

Örnek 86 Bir çember etrafına 1, 2, ..., n sayıları herhangi sırada dizilecektir. Bu dizilişte, birbirine komşu olan sayıların farklarının mutlak değerleri toplamı en küçük kaç olabilir? (Balık Way M.O. 1990)

Örnek 87 268 sayı bir çember etrafına dizilmiştir. 17'inci sayı 3, 83'üncü sayı 4, 144'üncü sayı 9 ve herhangi ardışık 20 sayının toplamı 72 olduğuna göre, 210'uncu sayı kaçtır? (İsveç M.O. 2002)

Örnek 88 4 sayı bir çember etrafına yerleştirilmiştir. Her adımda, tüm sayılar için, tek seferde her bir sayı silinip belirlenmiş bir yöne doğru, bu sayı ile bu sayıdan sonra gelen sayının farkı yazılıyor. Örneğin, a, b, c, d yazılı iken, $a - b, b - c, c - d,$

$d - a$ yazılıyor. Bu şekilde, 1996 adımıdan sonra elde edilen a, b, c, d sayıları için, $|bc - ad|, |ac - bd|, |ab - cd|$ sayıları asal olabilir mi? (1996 IMO Shortlist)

Örnek 89 Alper, 1998 yılında, n^2 yılında n yaşında olacağına göre, 2008 yılında kaç yaşında olacaktır?

Örnek 90 Bir okul partisine katılan öğrencilerin %60'ı kız ve %40'ı danstan hoşlanıyor. Partide sonradan tamamı danstan hoşlanan 20 erkek öğrenci daha katılınca, partideki kız öğrenciler %58 oluyor. Partide danstan hoşlanan kaç öğrenci vardır?

Örnek 91 Bir grup kız ve erkek öğrenci pizzacıya gidiyorlar. Pizzacıda bir bütün pizza 12 parçaya ayrılarak servis yapılıyor. Erkek öğrencilerin her biri, 6 veya 7 parça, kız öğrencilerin her biri ise 2 veya 3 parça pizza yiyor. 4 tüm pizza az gelirken, 5 tüm pizza fazla geliyor. Buna göre, bu öğrenci grubunda kaç öğrenci vardır?

Örnek 92 Tahtada $\sqrt{2}, 2$ ve $1/\sqrt{2}$ sayıları yazılmıştır. Bu sayılardan herhangi ikisini silip yerine bu sildiğimiz sayıların toplamının ve farkının $\sqrt{2}$ ile bölümünü yazıyoruz. Bu şekilde devam ederek tahtada aşağıdakilerden hangisini elde edemeyiz.

- A) $1, \sqrt{2}$ ve $1 + \sqrt{2}$ B) $2, \frac{3}{2}$ ve $-\frac{1}{2}$ C) $2, \frac{3}{2}$ ve $\frac{1}{2}$
D) $2, \frac{\sqrt{2}}{2}$ ve $-\sqrt{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{2}, \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{2}$ ve $1 + \sqrt{2}$

Örnek 93 Tahtada, $49/1, 49/2, 49/3, \dots, 49/97$ sayıları yazılmıştır. Tahtadaki herhangi iki a ve b sayısını silip yerine $2ab - a - b + 1$ yazalım ve tahtada bir sayı kalıncaya kadar bu şekilde devam edelim. Tahtada kalan son sayı kaçtır?

Örnek 94 3×3 bir satranç tahtasında, her sıradaki, sütundaki ve köşegendeki sayıların çarpımı eşittir. Bu kareye 1, 2, 4, 8, 32, 64, 128 ve 256 sayıları yerleştirilecektir. Buna göre, ortadaki karede kaç olmalıdır?

Örnek 95 Bir soruya en fazla 5 puan verilen bir matematik olimpiyatında, erkeklerin ortalaması 4, kızların ortalaması 3,25 ve tüm sınıfın ortalaması ise 3,6'dır. Öğrenci sayısının 30 ile 50 arasında olduğu bilindiğine göre olimpiyata katılan kız ve erkek öğrencilerin sayıları arasındaki fark kaçtır?

Örnek 96 8 oyuncu bir turnuvada karşılaşıyorlar. Her bir oyuncu diğer bir oyuncu ile yalnızca bir kez karşılaşıyor. Bir oyuncu kazandığı her maç için 1 puan, beraberlik için, $1/2$ puan ve kaybettiği her maç için ise 0 puan alıyor. Turnuva sonunda, tüm oyuncuların puanları farklı ve ikinci olan oyuncunun puanı en alttaki dört oyuncunun puanından daha fazla olduğuna göre, aşağıdakilerin hangisi yanlıştır? (S.S.C.B. M.O. 1963)

- A) 4. sıradaki oyuncu 5. sıradaki oyuncuyu yenmiştir.
 B) 3. sıradaki oyuncu 6. sıradaki oyuncuyu yenmiştir.
 C) 1. sıradaki oyuncu 2. sıradaki oyuncuyu yenmiştir.
 D) 2. oyuncunun puanı 6,5'tir.
 E) 1. oyuncunun puanı 7'dir.

Örnek 97 Dijital olmayan bir saat her 1 saatte 30 saniye geri kalıyor. Bu saat doğru bir zamana ayarlandıktan kaç gün sonra 5'inci kez doğru zamani gösterir?

Örnek 98 Saat 16.10'dan kaç dakika sonra akreple yelkovan arasındaki açı ikinci kez 45 derece olur?

Örnek 99 Bir yarışta 3 atlet sabit hızlarıyla koşmaktadır. Aynı anda koşmaya başlayan en hızlı koşan atlet yarışı bitirdiğinde ikinci atletin bitirmesine 50 m, üçüncü atletin bitirmesine 100 m vardır. İkinci atlet yarışı bitirdiğinde üçüncüsünün bitirmesine 75 m vardır. Buna göre, koşulan pistin uzunluğu kaç m'dir?

Örnek 100 Antalyaspor, önemli bir maçı için, Antalya'daki tüm liselerden, her okuldan eşit fakat 45'den az sayıda öğrenciyi maçı izlemeye davet etmiştir. Stadın öğrencilere ayrılan bölümünde her sırada 210 oturma yeri bulunmaktadır. Toplam 2009 öğrencinin maçı izlemesi düşünülen bu maçta, aynı okuldan gelen tüm öğrencilerin aynı sırada oturabilmesi için, stadın öğrencilere ayrılan kısmında en az kaç sıra olmalıdır?

Örnek 101 Temel takasıyla balığa çıkmış ve bir miktar balık yakalamıştır. Balıklardan en ağır olan 2 tanesi, tüm balıkların toplam ağırlığının %25'i kadardır. En hafif 5 balığın toplam ağırlığı ise, tüm balıkların toplam ağırlığının %45'i kadardır. Temel en büyük iki balığı satıp en küçük 5 balığı da yemiştir. Geri kalan tüm balıkları da Dursun'a vermiştir. Temel, Dursun'a kaç balık vermiştir?

Örnek 102 Mehmet'in tatilinin 7 gününde yağmur yağmıştır. Yağmur yağın her gün, ya sabah veya öğleden sonra yağmış ve aynı gün içinde hem sabah hem de öğleden sonra yağmur yağmamıştır. Tatil günlerinin, 5 öğleden sonrası ve 6 sabahında yağmur yağmadığına göre, Mehmet'in tatili kaç gündür?

Örnek 103 12 kişilik bir sınıftan 3 öğrenci matematik olimpiyat takımına seçilecektir. Takımda en az bir kız, bir de erkek öğrenci olması istenmektedir. Bu 12 öğrenciden istenen şekilde 160 takım seçilebilmektedir. Buna göre, sınıftaki kız öğrencilerin sayısı ile, erkek öğrencilerin sayısının farkı kaçtır?

Örnek 104 50 soruluk bir test sınavında, doğru yanıtlara 11 puan, yanlış yanıtlara -5 puan ve boş yanıtlara da 0 puan verilmektedir. Alper 250 puan aldığına göre, doğru sayısı en fazla kaç olabilir?

Örnek 105 Sevda, ilk n sayının çarpımını ve Sinem'de $m > 2$ olmak üzere ilk m tane çift sayının çarpımını hesaplıyor. Her ikisi de aynı sonucu bulduklarına göre, buldukları sayı için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) İstenen şekilde sonsuz sayıda sayı bulunabilir.
- B) İkisinden biri hata yapmıştır.
- C) İstenen sayıyı bulabilmek için m sayısının verilmesi gerekir.
- D) İstenen sayıyı bulabilmek için n sayısının verilmesi gerekir.
- E) Hiçbiri

Örnek 106 Tahtada $2, 2^2, 2^4, 2^8, \dots, 2^{256}$ sayıları yazılıdır. Tahtadaki herhangi iki x ve y sayısı silinip yerine $xy + x + y$ sayısı yazılıyor. Bu işleme tahtada bir tek sayı kalıncaya kadar devam ediliyor. Buna göre, tahtada kalan son sayı kaç olacaktır?

Örnek 107 Bir tenis oyuncusu, kazandığı maç sayısını oynadığı toplam maç sayısına bölerek kazanma oranını hesaplıyor. Hafta sonu başında kazanma oranı $0,5$ iken, hafta sonu 4 maç daha yapıyor ve üçünü kazanıp birini kaybediyor. Bu durumda kazanma oranı $0,503$ 'den büyük oluyor. Buna göre, bu oyuncunun hafta sonundan önce kazandığı maçların sayısı en fazla kaç olabilir?

Örnek 108 Bir otobüste Almanca ve İngilizce dillerinden en az birini bilen 33 kişi vardır. Otobüsten her durakta biri Almanca ve biri İngilizce bilen 2 kişi veya her iki dili bilen 1 kişi iniyor. 19 durak sonunda otobüste yalnızca İngilizce bilen 5 kişi kaldığına göre, otobüste 2 dili bilen kaç kişi vardır?

Örnek 109 10, 11 ve 13 kg'lık ağırlıklarından üçer tane bulunuyor. Bu ağırlıklardan istediğimiz kadarını istediğimiz kefeye koyarak çift kefeli bir terazide en çok kaç farklı pozitif ağırlığı tartabiliriz?

Örnek 110 12 kişilik bir sınıfta matematik sınavı yapılıyor. Her problem tam 8 öğrenci tarafından çözülüyor. İlk 11 öğrencinin her birinin 5 problem çözdüğü bilindiğine göre sınavda en fazla kaç problem vardır?

Örnek 111 Bir çiftlikteki tavşanların sayısı Mart ayında bir tamkaredir. Tavşanların sayısı Nisan ayında 100 adet artarak bir tamkardan bir fazla hale gelir. Mayıs ayında, tavşan sayısı yine 100 adetlik bir artıştan sonra yeniden tamkare olur. Tavşanların Mart ayındaki sayısı nedir? UMO - 1994

Örnek 112 Bir bakkalda 16, 18, 19, 20 ve 31 litrelik 5 tenekeden dördünde çiçek yağı, birinde zeytinyağı vardır. Bakkal bir müşteriye litrenin belli bir tam katı kadar çiçek yağı satar. Başka bir müşteriye de ilkinin sattığının iki katı kadar çiçek yağı sattıktan sonra, elinde hiç çiçek yağı kalmadığını görür. Zeytinyağı kaç litrelik tenekededir? UMO - 1995

Örnek 113 Saat 5 ile 6 arasında, bir saatin akreple yelkovanı iki kez birbirine dik hale gelir. Bu iki an arasındaki süre kaç dakikadır? UİMO - 2001

Örnek 114 Elimizde 35, 21 ve 15 kg'lık ağırlıklarından ikişer tane bulunuyor. Bu ağırlıklardan istediğimiz kadarını istediğimiz kefeye koyarak çift kefeli bir terazide en çok kaç farklı pozitif ağırlığı tartabiliriz? UİMO - 1996

Örnek 115 50 kişilik bir sınıfta yapılan 4 soruluk bir sınavda, herhangi 40 kişiden en az 1 kişi tam olarak 3 soruyu, en az 2 kişi tam olarak 2 soruyu, en az 3 kişi tam olarak 1 soruyu doğru, en az 4 kişi ise bütün soruları yanlış çözmüştür. Tek sayıda soru çözen öğrencilerin sayısı en az kaçtır? UMO - 2008

Örnek 116 On kişiden oluşan bir grupta, herkes, kendi dışındaki dokuz kişinin yaşlarını toplar. Bu toplamların oluşturduğu küme $\{89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97\}$ olduğuna göre, bu grupta aynı yaşta olan iki kişi kaç yaşındadır? UİMO - 1999

Örnek 117 21 sorudan oluşan bir sınavda her doğru yanıtta 4, her yanlış cevaba -1 ve yanıtız bırakılan her soruya da 0 puan verilmektedir. Sınava giren tüm öğrencilerin toplam puanları birbirlerinden farklı ise, sınava en çok kaç öğrenci girmiş olabilir? UİMO - 1998

Örnek 118 Yazı tahtasında 1, 3, 5, 7, ..., 99, 101 sayıları yazılmıştır. her adımda bu sayılardan ikisini silerek, onların yerine silinen sayıların toplamının 1 eksiği yazılıyord. Sonlu adımdan sonra tahtada tek sayı kalacaktır. Bu sayı kaçtır? UİMO - 1993

Örnek 119 Görünüşleri aynı olan 101 bilyeden 100 tanesinin ağırlığı aynı olup, birinin ağırlığı diğerlerinden farklıdır. İki kefeli bir teraziyile, ağırlığı farklı olan bilyenin diğerlerinden daha mı hafif, yoksa daha mı ağır olduğunu, en az kaç tartıda bulabiliriz? UİMO - 2002

Örnek 120 125 basamaklı bir yürüyen merdiven yukarıya doğru sabit hızla hareket ederken, Ahmet, merdivenden yürüyerek yukarı çıkıyor. İlk seferde merdivenin tepesine varana kadar 45 basamak, ikinci seferde ise 55 basamak çıkıyorsa, Ahmet'in ikinci seferki ortalama hızının ilk seferkine oranı nedir? UİMO - 2003

Örnek 121 Tahtaya soldan sağa doğru yazılı n tane rakamdan, her seferinde üçü hariç diğerlerini silerek tüm üç basamaklı sayılar elde edilebiliyorsa, n en az kaç olabilir? UİMO - 2005

Örnek 122 Bir çember üstünde beş renge boyanmış n nokta var. Bu beş renkten hangi farklı ikisini alırsak alalım, bu renklere boyanmış ardışık iki nokta bulunuyorsa, n en az kaç olabilir? UİMO - 2005

Örnek 123 *Ali, $1 \leq k \leq 50$ olmak üzere, bir k tamsayısı tutuyor. Betül, her seferinde, tutulan tamsayının, kendisinin belirleyip söylediği bir tamsayıya bölünüp bölünmediğini soruyor. Ali, Betül'ün her sorusunu "evet" ya da "hayır" diye yanıtlıyor. Ali'nin tuttuğu sayı ne olursa olsun, Betül, bu sayıyı bulmasını garanti etmek için, en az kaç soru hakkı istemelidir? UİMO - 2005*

Örnek 124 *Akıntının hızının sabit olduğu bir nehirde akıntıya kapılmış giden bir sal üstünde bulunan delikanlı, sal tam bir köprü'nün altından geçerken, nehre atlayıp akıntıya karşı sabit bir hızla yüzmeye başlar. Sal, akıntıyla birlikte hareket etmeye devam eder. Delikanlı, üç dakika yüzdükten sonra, olimpiyat matematik defterini salda unuttuğunu hatırlayıp geri döner. Delikanlı saldan atladığı köprü'nün 100 metre ilerisinde salı yakalarsa, akıntının hızı nedir? UİMO - 2006*

Örnek 125 *$m \times n$ bir satranç tahtasının birim karelerinin %1'i işaretlenmiştir. Tahtanın sütunlarının en az %30'unda, satırlarının ise en az %40'ında işaretlenmiş kare bulunuyorsa, mn çarpımının alabileceği en küçük değer nedir? UİMO - 2007*

Örnek 126 *Bir satranç turnuvasına katılan her oyuncu, diğer oyuncularından her biriyle tam olarak bir kez karşılaşır. Her oyunda, yenen oyuncu 1, yenilen ise 0 puan kazanırken, beraberlik durumunda her oyuncu 1/2 puan kazanıyor. Turnuvanın bitiminde, oyuncularından her birinin, elde ettiği toplam puanın tam olarak yarısını, en düşük toplam puanlı üç oyuncuyla yaptığı karşılaşmalardan elde etmiş olduğu gözleniyor. Bu turnuvaya kaç oyuncu katılmıştır? UİMO - 2002*

Örnek 127 *Kenar uzunluğu n birim olan bir kübün yüzleri boyanıyor, ve küp, n^3 adet birim küp oluşacak şekilde parçalanıyor. Kaç $n \geq 2$ değeri için, tek yüzü boyanmış birim küplerin sayısı hiç boyanmamış birim küplerin sayısına eşit olur? UİMO - 2008*

Örnek 128 *Ahmet tahtaya, herhangi ikisinin farkı iki eşit rakamdan oluşan bir sayı olmayacak şekilde, en fazla kaç iki basamaklı sayı yazabilir? UİMO - 2008*

Örnek 129 *Farklı n sayı, çember üzerinde, her sayı iki komşusunun çarpımına eşit olacak şekilde dizilebildiğine göre, n en fazla kaç olabilir? UİMO - 2008*

Örnek 130 *Bir çember etrafına, her sayı bitişiğindeki iki sayının çarpımına eşit olacak şekilde en fazla kaç farklı sayı yazılabilir? UMO - 1995*

Örnek 131 *Tahtaya 1'den 12'ye kadar olan tamsayıları yazalım. Her adımda bu 12 sayıdan ikisini silerek, ya toplamlarının ya da farklarının mutlak değerini iki kere yazıyoruz. Sonlu sayıda adım sonucunda tahtaya yazılı sayıların hepsi aynı n tamsayısına eşit hale geliyor. n aşağıdakilerden hangisi olamaz? UMO - 1997*

A) 9

B) 24

C) 10

D) 16

E) Hiçbiri

Örnek 132 Her seferinde tam olarak iki karpuzu birlikte tartmak koşuluyla, 13 karpuzun toplam ağırlığı en az kaç tartıda bulunabilir? UMO - 2002

Örnek 133 $N \geq 2$ olmak üzere, $1, 2, \dots, N$ sayıları bir çember etrafına diziliyor. Her sayı ondalık gösterimde her komşusuyla bir ortak rakama sahip ise, N en az kaç olmalıdır? UMO - 2002

Örnek 134 Ayşe, masanın üstünde duran farklı renklerdeki dokuz topun ağırlıklarının $1, 2, \dots, 9$ gram olduğunu biliyor, ancak hangi topun hangi ağırlıkta olduğunu bilmiyor. Barış ise, her topun ağırlığını biliyor. Barış, hangi kefenin ağır olduğunu ve kefelindeki ağırlıkların farkını gösteren bir teraziyi en az kaç kez kullanarak bu bilgisini Ayşe'ye kanıtlayabilir? UMO - 2003

Örnek 135 40 satır ve 7 sütundan oluşan bir satranç tahtasının her birim karesine 0 ve 1 sayılarından birini yazıyoruz. Bu yazım sonucu, farklı herhangi iki satırda oluşan diziler birbirinden farklıysa, en çok kaç tane 1 kullanılmış olabilir? UMO - 2004

Örnek 136 İkisinde 1, sekizinde 2, on ikisinde 3, dördünde 4 ve beşinde 5 yazılı otuz bir taştan otuzu herhangi iki satırdaki sayıların toplamı eşit ve herhangi iki sütundaki sayıların toplamı eşit olacak biçimde 5×6 bir satranç tahtasına yerleştirilmişse, kullanılmayan taştaki sayı nedir? UMO - 2004

Örnek 137 Farklı ağırlıktaki dört taş, iki kefeli bir teraziyi en az kaç kez kullanarak haftifen ağıra doğru sıralanabilir? UMO - 2004

Örnek 138 Berk, Ayça'nın tuttuğu iki basamaklı bir sayıyı tahmin etmeye çalışıyor. Berk'in her tahminine karşılık, Ayça, doğru bilinen basamakların sayısını söylüyor. Ayça'nın tuttuğu sayı ne olursa olsun, Berk bu sayıyı n tahminde bulmayı garanti ediyorsa, n en az kaçtır? UMO - 2001

Örnek 139 n güreşçinin katıldığı bir turnuvada, farklı herhangi iki güreşçi aralarında tam olarak bir kez güreşiyor. Her karşılaşma sonucunda kazanan 2, kaybeden 0 puan alıyor; beraberlik durumunda ise, her iki güreşçiye de 1'er puan veriliyor. Turnuva sonucunda en çok toplam puana sahip olan güreşçi, turnuva boyunca en az galibiyet almış olan güreşçi ise, n en az kaç olabilir? UMO - 2005

Örnek 140 n takımın katıldığı bir hentbol turnuvasında, her takım, kendi dışındaki her takımla tam olarak bir maç yapıyor. Her maçta kazanan 2, kaybeden 0 puan

alırken, beraberlik durumunda iki takım da 1'er puan kazanıyor. Turnuvanın bitiminde tüm takımların puanları farklı olup, sonuncu olan takım ilk üç sırada yer alan takımların hepsini yenmiş ise, n en az kaç olabilir? UMO - 2006

Örnek 141 12 kişinin katıldığı bir satranç turnuvasında, her oyuncu, kendi dışındaki her oyuncuyla tam olarak bir kez karşılaşır. Her karşılaşmada kazanan 1, kaybeden 0 puan alırken, beraberlik durumunda iki oyuncu da 0,5'er puan kazanıyor. Turnuvanın bitiminde en az toplam 8 puan alan oyunculara başarı ödülü veriliyor. En çok kaç oyuncu başarı ödülü alabilir? UIMO - 2006

Örnek 142 Bir kareyi k tane kareye ayırabiliyorsak, k tamsayısına iyi sayı diyelim. 2006'dan büyük olmayan kaç iyi sayı vardır? UMO - 2006

Örnek 143 Aşağıdakilerden hangisi $x^{15} + 1$ ifadesinin bir çarpanı değildir?

- A) $x^{14} - x^{13} + \dots - x + 1$ B) $x^4 - x^2 + 1$ C) $x^{10} - x^5 + 1$
D) $x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$ E) $x^{12} - x^9 + x^6 - x^3 + 1$

Örnek 144 $1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{1023}$ ifadesinin n pozitif bir tamsayı olmak üzere $x^n + 1$ formunda en fazla kaç farklı çarpanı bulunabilir.

Örnek 145 n pozitif bir tek tamsayı olmak üzere, $3^{6n} - 2^{6n}$ sayısı 19, 35, 133 ve 11 sayılarından hangisi ya da hangilerine daima tam bölünemez?

Örnek 146 $x^2 + x + 1 = 0$ olduğuna göre, $\left(\frac{1}{x^{100}} + x^{100}\right)^{100} = ?$

Örnek 147 1591 sayısının asal bölenlerinin toplamını bulunuz.

Örnek 148 $111^{11} - 1$ sayısının 121'e bölümünden kalan kaçtır?

Örnek 149 $(3 + \sqrt{2})^{100} + (3 - \sqrt{2})^{100}$ ifadesi bir tamsayıdır. Bu tamsayının 386'ya tam bölündüğünü gösteriniz.

Örnek 150 $2903^n - 803^n - 464^n + 261^n$ sayısının tüm n pozitif tamsayıları için 1897'ye bölünebildiğini gösteriniz? (Eötvös M. O. 1899)

Örnek 151 $2y - x - 3xy + 6x^2 - 2$ ifadesini çarpanlara ayırınız.

Örnek 152 $x^4 - 4x^2 + x + 2$ ifadesini çarpanlara ayırınız?

Örnek 153 $x^2 + x + 1$ ifadesini çarpanlara ayırınız.

Örnek 154 *Kaç tane n tamsayısı için, $n^8 - 3n^4 + 1$ ifadesi bir asal sayıdır?*

Örnek 155 *$n^4 + 4$ asal sayı olacak şekilde kaç pozitif n tamsayısı vardır?*

Örnek 156 *$4^9 + 9^4$ sayısının en büyük asal çarpanı kaçtır?*

Örnek 157 *$n^{10} + n^5 + 1$ sayısı asal olacak şekilde kaç n pozitif tamsayısı vardır?*

Örnek 158 *$x^4 > x - \frac{1}{2}$ eşitsizliğini sağlamayan kaç reel sayı vardır?*

Örnek 159 *$x > 2$ ve $x^2 - 16\sqrt{x} = 12$ olduğuna göre, $x - 2\sqrt{x}$ kaçtır?*

Örnek 160 *$2^8 + 2^{11} + 2^n$ ifadesi tamkare olacak şekilde sadece 1 tane n pozitif tamsayısının bulunduğu gösteriniz. (Macaristan M.O. 1981)*

Örnek 161 *a, b ve c pozitif reel sayılar olmak üzere,*

$$\begin{cases} ab - a = b + 119 \\ bc - b = c + 59 \\ ca - c = a + 71 \end{cases}$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamını hesaplayınız.

Örnek 162 *$11x + 7y + 7xy + 6x^2 + 2y^2 + 3$ ifadesini çarpanlara ayırınız.*

Örnek 163 *$x^4 - 5x^2 - x^3 - x - 6$ ifadesini çarpanlara ayırınız.*

Örnek 164 *$2x^2 + 2y^2 + 5z^2 - 4z - 2xy - 4yz - 8x + 31$ ifadesinin minimum değerini bulunuz.*

Örnek 165 $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ xy + xz + yz = 3 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 15 \end{cases}$ *olduğuna göre, z sayısının olabileceği değerlerin toplamı kaçtır?*

Örnek 166 *$k^2(k+1)^2 + (k+1)^2 + k^2 - 1 = 0$ olduğuna göre $k^2 + k = ?$*

Örnek 167 *x, y ve z reel sayılar olmak üzere,*

$$\begin{cases} x^2 + xy + xz = 4 \\ y^2 + xy + yz = 5 \\ z^2 + zy + xz = 7 \end{cases}$$

ise, $x + y + z$ toplamı kaçtır?

Örnek 168 a, b ve c pozitif gerçel sayılar olmak üzere,

$$\begin{cases} a + b^2 + 2ac = 29 \\ b + c^2 + 2ab = 18 \\ c + a^2 + 2bc = 25 \end{cases}$$

ise, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

Örnek 169 $x + y + z = 0$ ve $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ olduğuna göre, $x^4 + y^4 + z^4 = ?$

Örnek 170 $a + b + c + d = 10$, $(a + b)(c + d) = 16$, $(a + c)(b + d) = 21$ ve $(a + d)(b + c) = 24$ olduğuna göre, $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = ?$

Örnek 171 $p^4 + p^3 + p^2 + p + 1$ sayısı tamkare olacak şekilde kaç p asal sayısı vardır?

Örnek 172 $x^8 + 4x^2 + 4$ ifadesini tam katsayılı polinomlardan oluşan çarpanlara ayırınız.

Örnek 173 $x^2 - 5x + 2 = 0$ olduğuna göre, $x^3 + \frac{8}{x^3} = ?$

Örnek 174 $\sqrt[4]{47 - x} + \sqrt[4]{x} = 3$ olduğuna göre, $x^2 - 47x = ?$

Örnek 175 $x + y = 4$ ve $xy = 2$ olduğuna göre, $x^6 + y^6 = ?$

Örnek 176 $x^2 + y^2 = 13$ ve $x + xy + y = -7$ denklemlerini sağlayan kaç (x, y) gerçel sayı ikilisi vardır?

Örnek 177 $x^3 + y^3 = 126$ ve $x^2 - xy + y^2 = 21$ ise $x^2 + y^2 = ?$

Örnek 178 $\sqrt[3]{6\sqrt{3} + 10} - \sqrt[3]{6\sqrt{3} - 10} = a$ ise $\frac{a^3}{10 - 3a} = ?$

Örnek 179 $(\sqrt{52} + 5)^{1/3} - (\sqrt{52} - 5)^{1/3} = ?$ (İsveç M. O. 2001)

Örnek 180 $\sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}} = k$ ise $k^3 - 6k = ?$ (Doğuş Üniv. Mat. Yarış. 2008)

Örnek 181 x ve y reel sayıları için,

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 5 \\ x^2 + y^2 = 3 \\ x + y = m \end{cases}$$

olduğuna göre, m reel sayısının olabileceği değerlerin toplamını bulunuz.

Örnek 182 $\sqrt[3]{2 + \sqrt{a}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{a}}$ ifadesinin bir tamsayı olması için, a gerçel sayısı kaç farklı değer alabilir?

Örnek 183 $(a + b + c)^3 - (a^3 + b^3 + c^3) = 3(a + b)(a + c)(b + c)$ olduğunu gösteriniz.

Örnek 184 $8(a + b + c + 3/2)^3 - (a + b + 1)^3 - (a + c + 1)^3 - (b + c + 1)^3$ ifadesini çarpanlara ayırınız.

Örnek 185 $x + y + z = 3$, $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ve $x^3 + y^3 + z^3 = 3$ ise $xyz = ?$

Örnek 186 a , b ve c birbirinden ve sıfırdan farklı reel sayılar olmak üzere

$$\frac{1 - a^3}{a} = \frac{1 - b^3}{b} = \frac{1 - c^3}{c}$$

ise $a^3 + b^3 + c^3 = ?$

Örnek 187 $\frac{a^3}{(a - b)(a - c)} + \frac{b^3}{(b - a)(b - c)} + \frac{c^3}{(c - a)(c - b)}$ ifadesini sadeleştiriniz.

Örnek 188 $x^4 + 2x^2 - x - 6\sqrt{x} = -8$ olduğuna göre, $x^2 - \sqrt{x} = ?$

Örnek 189 $x^3 - 3x^2 + 3x - 5 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

Örnek 190 $x^2 - 3x - 1 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

Örnek 191 $x^2 - x + 1$, $6x^2 - 17x + 12$, $3x^2 - 3x + 5$, $x^2 - 2x - 1$ ifadelerinden hangileri reel katsayılı çarpanlara ayrılabilir?

Örnek 192 $a^3 - 3a^2 + 5a - 17 = 0$ ve $b^3 - 3b^2 + 5b + 11 = 0$ olduğuna göre, $a + b = ?$ (İrlanda M.O. 1993)

Örnek 193 $x^2 + xy + y^2 = 3$ ve $x^4 + x^2y^2 + y^4 = 12$ eşitlikleri sağlanıyorsa, $x^6 + x^3y^3 + y^6$ ifadesinin değerini hesaplayınız.

Örnek 194 $1^n + 2^n + \dots + n^n$ sayısının her n tek tamsayısı için, n^2 ile bölündüğünü gösteriniz.

Örnek 195 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{w} = 1$ ve $\left(1 + \frac{x}{yz}\right) \left(1 + \frac{y}{xz}\right) \left(1 + \frac{z}{yx}\right) = \frac{1}{w^2}$ eşitlikleri sağlanıyorsa, $x + y + z$ kaçtır?

Örnek 196 $\sqrt{7x-8} + \sqrt[3]{9-7x} = 1$ denkleminin reel çözümlerinin toplamını bulunuz. (UAMO - 2009)

Örnek 197 x, y ve z reel sayılar olmak üzere,

$$\begin{cases} x + y - z = -1 \\ x^2 - y^2 + z^2 = 1 \\ -x^3 + y^3 + z^3 = -1 \end{cases}$$

denklemin kaç tane reel çözümü vardır? (Iberoamerikan M.O 1989)

Örnek 198 a sayısı 17'den büyük bir tek sayı ve $3a - 2$ sayısı bir tamkare olduğuna göre, $b \neq c$ pozitif tamsayıları için,

$$a + b, a + c, b + c \text{ ve } a + b + c$$

ifadelerinden en fazla kaç tanesi tamkare olarak seçilebilir? (Iberoamerikan M.O 1992)

Örnek 199 a ve b rasyonel sayıları, $a^5 + b^5 = 2a^2b^2$ eşitliğini sağlıyorlar ise, $1 - ab$ sayısının da bir rasyonel sayının karesi olduğunu ispatlayınız. (British M.O.)

Örnek 200 $\sqrt[3]{x + (x+8)\sqrt{\frac{x-1}{27}}} - \sqrt[3]{x - (x+8)\sqrt{\frac{x-1}{27}}}$ sayısı rasyonel olacak şekilde 2010'dan küçük kaç pozitif x tamsayısı vardır?

Örnek 201 x ve y pozitif tamsayılar olmak üzere,

$$xy + x + y = 71 \text{ ve } xy^2 + x^2y = 880$$

olduğuna göre $x^2 + y^2 = ?$

Örnek 202 $a, b, x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $ax + by = 3$, $ax^2 + by^2 = 7$, $ax^3 + by^3 = 16$ ve $ax^4 + by^4 = 42$ ise, $ax^5 + by^5$ kaçtır?

Örnek 203 $a^2 + b^2 + (a+b)^2 = c^2 + d^2 + (c+d)^2$ olduğuna göre,

$$a^4 + b^4 + (a+b)^4 = c^4 + d^4 + (c+d)^4$$

olduğunu gösteriniz.

Örnek 204 n pozitif bir tamsayı olmak üzere, $x^{1001} + 1$ sayısı 2^n ile bölünecek şekilde en küçük x pozitif tamsayısını bulunuz.

Örnek 205 x, y ve z , sıfırdan farklı reel sayılar olmak üzere,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{x+y+z}$$

ise, n tek tamsayı için, $x^n + y^n + z^n = (x+y+z)^n$ olduğunu ispatlayınız.

Örnek 206 n pozitif bir tamsayı ve

$$0 < k < \frac{1}{1000}$$

olmak üzere, küpkökü $n + k$ olan en küçük pozitif tamsayı m olsun. n sayısı kaçtır?
(AIME 1987)

Örnek 207 $(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})(-\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})(\sqrt{a} - \sqrt{b} + \sqrt{c})(\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c})$ çarpımı tamsayı olacak şekilde kaç farklı (a, b, c) pozitif tamsayı üçlüsü vardır?

Örnek 208 1'den başka ortak böleni olmayan a, b ve c pozitif tamsayıları için, $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$ sayısı tamkare olacak şekilde, sonsuz sayıda (a, b, c) üçlüsü bulunabileceğini gösteriniz.

Örnek 209 a, b ve c sıfırdan farklı gerçel sayılar olmak üzere,

$$a + b + c \text{ ve } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

ifadelerinin ikisi birden 0 olamaz. Gösteriniz.

Örnek 210 Verilen 3 tek sayı için, öyle dördüncü bir tek sayı bulunabilir ki, bu dört tek sayının kareleri toplamı da bir tamkare olur. İspatlayınız.

Örnek 211 $[1, \infty)$ aralığından alınmış kaç tane x için

$$\sqrt{1 - \frac{1}{x}} < \sqrt{x + 1} - 1$$

eşitsizliği sağlanmaz? (UAMO - 2009)

Örnek 212 x ve y tamsayılar olmak üzere, $x + x^2 + x^8 = y + y^2 + y^8$ ise, $x = y$ olduğunu ispatlayınız.

Örnek 213 $17(3^4 + 2^6) = \frac{3^x - 2^{24}}{9^4 + 8^4}$ olduğuna göre x kaçtır?

Örnek 214 n pozitif bir tamsayı olmak üzere $2^{5n+1} + 5^{n+k}$ sayısı 27'ye tam bölündüğüne göre k kaçtır?

Örnek 215 n pozitif bir tamsayı olmak üzere, $20^{2n} + 16^{2n} - 3^{2n} - 1$ sayısının tam olarak bölünebildiği üç basamaklı bir sayı bulunuz.

Örnek 216 $1002^k - 1$ sayısı 1001^2 sayısı ile kalansız bölünebildiğine göre, k aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 2003 B) 5004 C) 2008 D) 6020 E) 5124

Örnek 217 $x^4 - 2x^3 + x^2 - 1$ ifadesinin çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + 1$ B) $x^2 - x - 1$ C) $x^2 + 1$ D) $x^2 + x + 1$ E) $x^2 + x - 1$

Örnek 218 $n^4 + 4^n$ asal sayı olacak şekilde kaç n pozitif tamsayısı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 0

Örnek 219 $n^2 - 11n + 63$ sayısı tamkare olacak şekilde kaç tane n tamsayısı vardır?

Örnek 220 $\sqrt{(56786)(56787)(56788)(56789) + 1}$ sayısının son iki basamağı kaçtır?

Örnek 221 $\begin{cases} x + y + z = 5 \\ xy + yz + xz = 3 \end{cases}$ olduğuna göre, $(x - \frac{1}{3})^2 + (y - \frac{1}{3})^2 + (z - \frac{1}{3})^2 = ?$

Örnek 222 $\begin{cases} x + y = 1 \\ x^2 + y^2 = 2 \\ x^3 + y^3 = 3 \end{cases}$ denkleminin kaç tane reel çözümü vardır?

Örnek 223 $\frac{(\sqrt[3]{2} - 1)^{1/3}}{\sqrt[3]{\frac{1}{9}} - \sqrt[3]{\frac{2}{9}} + \sqrt[3]{\frac{4}{9}}} = ?$

Örnek 224 $\sqrt{x} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2x}} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ olduğuna göre, $x^3 - \frac{27}{8x^3}$ aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\frac{19}{2}\sqrt{15} - \frac{119}{2}\sqrt{10}$ B) $\frac{99}{2}\sqrt{15} - \frac{119}{2}\sqrt{10}$ C) $\frac{99}{2}\sqrt{15} - \sqrt{10}$
D) $\sqrt{15} - \frac{119}{2}\sqrt{10}$ E) $\frac{119}{2}(\sqrt{15} - \sqrt{10})$

Örnek 225 $(\sqrt{5} + 2)^{1/3} - (\sqrt{5} - 2)^{1/3} = ?$

Örnek 226 $\begin{cases} x^3 + y = 3x + 4 \\ 2y^3 + z = 6y + 6 \\ 3z^3 + x = 9z + 8 \end{cases}$ denklem sisteminin kaç tane reel çözümü vardır?

(Avusturya Polonya M.O. 1993)

Örnek 227 $\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} + \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} = k$ ise, $\frac{x^8 + y^8}{x^8 - y^8} + \frac{x^8 - y^8}{x^8 + y^8}$ ifadesinin k türünden değerini bulunuz. (Junior Balkan M.O.1997)

Örnek 228 x, y ve z tamsayılar olmak üzere, $xyz = 8$ ve

$$(-x + y + z)^3 + (x - y + z)^3 + (x + y - z)^3 = 24$$

Örnek 229 *olduğuna göre, $x + y + z = ?$ 1'den 10^8 'e kadar olan sayılardan ardışık dördünün çarpımı tamkare olan kaç dörtlülüdür?*

Örnek 230 $a + b = c + 1$ eşitliğini sağlayan ve herhangi biri diğer ikisinin çarpımını bölen kaç (a, b, c) pozitif tamsayı üçlüsü vardır? (S.S.C.B. M.O. 1988)

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 2 E) Sonsuz Sayıda

Örnek 231 $x^4 + 2x + 2 > x^2$ eşitsizliğini sağlamayan kaç tane reel sayı vardır?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 2 E) 5

Örnek 232 $abc \neq 0$ olmak üzere, $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = 4$ ve $\frac{a}{c} + \frac{c}{b} + \frac{b}{a} = 5$ eşitlikleri sağlanıyorsa, $\frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{c^3} + \frac{c^3}{a^3}$ toplamı kaçtır?

Örnek 233 x, y ve $z, 1$ 'den farklı gerçel sayıları için, $\frac{yz - x^2}{1 - x} = \frac{xz - y^2}{1 - y}$ olduğuna göre, $\frac{yx - x^2}{1 - x}$ aşağıdakilerden hangisidir? (Iberoamerikan M.O 1985)

- A) $x + y + z$ B) $x + y - z$ C) $x - y + z$ D) z E) $-x + y + z$

Örnek 234 Hangi n pozitif tamsayıları için, $3^{2n+1} - 2^{2n+1} - 6^n$ ifadesi bileşik sayıdır? (SSCB M.O 1990)

- A) $\mathbb{Z}^+ - \{1\}$ B) $\mathbb{Z}^+ - \{1, 11\}$ C) $\mathbb{Z}^+ - \{x : x = 6k + 1\}$
D) $\mathbb{Z}^+ - \{x : x = 10k + 1\}$ E) $\mathbb{Z}^+ - \{x : x = 3k + 1\}$

Örnek 235 $x = \frac{4}{(\sqrt{5} + 1)(\sqrt[4]{5} + 1)(\sqrt[8]{5} + 1)(\sqrt[16]{5} + 1)}$ ise $(x + 1)^{48} = ?$ (AIME 2005)

Örnek 236 x, y ve z farklı tamsayılar olduğuna göre, $(x - y)^5 + (y - z)^5 + (z - x)^5$ sayısı, $(x + y + z), 5, (x - y), (y - z)$ ve $(z - x)$ ifadelerinden kaç tanesiyle daima tam bölünür? (SSCB M.O 1962)

Örnek 237 $m = (10^4 + 324)(22^4 + 324)(34^4 + 324)(46^4 + 324)(58^4 + 324)$ ve $n = (4^4 + 324)(16^4 + 324)(28^4 + 324)(40^4 + 324)(52^4 + 324)$

olduğuna göre, $\frac{m}{n}$ aşağıdakilerden hangisidir? (AIME 1987)

- A) 345 B) 415 C) 375 D) 360 E) Hiçbiri

Örnek 238 m ve n tamsayılar olmak üzere, $m^2 + 3m^2n^2 = 30n^2 + 517$ olduğuna göre, $3m^2n^2$ kaçtır?

Örnek 239 A, B, C, D pozitif tamsayıları için $A^5 = B^4$, $C^3 = D^2$ ve $C = A + 19$ olduğuna göre $D - B$ ifadesinin değeri kaçtır? (AIME 1985)

Örnek 240 x, y ve z pozitif tamsayılar olmak üzere, $xyz = 1$, $x + \frac{1}{z} = 5$ ve $y + \frac{1}{x} = 29$ olsun. $z + \frac{1}{y}$ kaçtır?

Örnek 241 $n^2 + 19n + 96$ ifadesini tamkare yapan kaç n tamsayısı vardır?

Örnek 242 $\left\| \frac{101^3}{99 \cdot 100} - \frac{99^3}{100 \cdot 101} \right\|$ tamdeğerini hesaplayınız.

$n^3 + 2n^2 + 9n + 8$ ifadesi bir tamküp olacak şekilde, kaç n pozitif tamsayısı vardır.

Örnek 243 $y^4 + 9x^2 - 4y^2 - 30x + 29 = 0$ eşitliğini sağlayan x ve y gerçel sayıları için $19y^2 + 99x$ toplamı kaçtır? UİMO - 1999

Örnek 244 x, y, z gerçel sayılar olmak üzere, $2x^2 + 5y^2 + 10z^2 - 2xy - 4yz - 6zx + 3$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır? UMO - 1998

Örnek 245 $x^{60} - 1$ polinomu aşağıdaki polinomlardan hangisi ile bölünmez? UMO - 2002

- A) $x^2 + x + 1$ B) $x^4 - 1$ C) $x^5 - 1$ D) $x^{15} - 1$ E) Hiçbiri

Örnek 246 a, b, c gerçel sayıları $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ eşitliğini sağlıyorsa, $ab + bc + ac$ ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir? UMO - 2002

Örnek 247 $3a = 1 + \sqrt{2}$ ise, $9a^4 - 6a^3 + 8a^2 - 6a + 9$ 'u aşmayan en büyük tamsayı nedir? UMO - 2003

Örnek 248 $2n^2 + 5nm - 12m^2 = 28$ eşitliğini sağlayan kaç (m, n) pozitif tamsayı ikilisi vardır? UMO - 2006

Örnek 249 $a = -\frac{9}{10}$ ve $b = (a + 1)(a^2 + 1)(a^4 + 1)$ ise $19b + 10a^8$ kaçtır? UMO - 2008

n 'nin aşağıdaki değerlerinden hangisi için $a^2 + ab - 6b^2 = n$ eşitliğini sağlayan a , b tamsayıları bulunur? UMO - 2004

- A) 17 B) 19 C) 29 D) 31 E)

Örnek 250 x bir gerçel sayı olmak üzere $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$ çarpımının alabileceği en küçük değer nedir? UMO - 2004

Örnek 251 $xyz = 510510$ ve $x^2y + y^2z + z^2x = xy^2 + yz^2 + zx^2$ eşitliklerini sağlayan kaç (x, y, z) pozitif tamsayı üçlüsü vardır? UMO - 2005

Örnek 252 a, b, c, d gerçel sayıları $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - ab - bc - cd - d + \frac{2}{5} = 0$ eşitliğini sağlıyorsa a kaçtır? UMO - 2008

Örnek 253 $\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}$ sayısının ondalık yazımında, virgülden sonra üçüncü basamaktaki rakam nedir? UMO - 2007

Örnek 254 n tamsayısının kaç farklı değeri için, $n^4 + 4n^3 + 3n^2 - 2n + 7$ sayısı asaldır? UMO - 2009

Örnek 255 x bir gerçel sayı olmak üzere, $x(x+4)(x+8)(x+12)$ çarpımının alabileceği en küçük değer nedir? UMO - 2009

Örnek 256 $x = \sqrt[3]{11 + \sqrt{337}} + \sqrt[3]{11 - \sqrt{337}}$ olduğuna göre, $x^3 + 18x$ kaçtır? UMO - 2009

Örnek 257 $\sqrt[3]{1006012008}$ ifadesinin sonucu kaçtır?

Örnek 258 $(104, 32)_5$ ifadesinin değerini hesaplayınız.

Örnek 259 $\frac{441}{4}$ kesrini 6 tabanında yazınız.

Örnek 260 $100!$ sayısı 6 tabanında yazılırsa sondan kaç basamağı 0 olur?

Örnek 261 1330 sayısı hangi taban yada tabanlar için üç basamaklıdır ve sayının basamaklarındaki rakamlar toplamı 17'dir?

Örnek 262 Kendisi ile rakamlarının çarpımı arasındaki fark 12 olan kaç tane iki basamaklı sayı vardır?

Örnek 263 Rakamları sıfırdan ve birbirinden farklı herhangi üç basamaklı bir sayının rakamları toplamına bölümünden elde edilebilecek en küçük sayı kaçtır?

Örnek 264 Alper kendi yaşını ve sonrada kendi yaşının sağ tarafına babasının yaşını yazarak dört basamaklı bir sayı elde ediyor. Bu sayıya babasıyla olan yaş farkının 16 katını ekleyince 2007 sayısını elde ediyor. Buna göre Alper ve babasının yaşları toplamı kaçtır?

Örnek 265 $\underbrace{111\dots1}_{2n \text{ tane } 1} - \underbrace{222\dots2}_n$ sayısının karekökünü bulunuz.

Örnek 266 $\underbrace{111\dots1}_{112 \text{ tane } 1}$ sayısı aşağıdakilerden hangisine tam bölünmez?

- A) $\underbrace{1000\dots01}_{13 \text{ tane } 0}$ B) $\underbrace{1000\dots01}_6$ C) $\underbrace{1000\dots01}_{27 \text{ tane } 0}$ D) $\underbrace{1000\dots01}_{55 \text{ tane } 0}$ E) $\underbrace{1000\dots01}_{32 \text{ tane } 0}$

Örnek 267 İki basamaklı sayılar içerisinde karesi rakamlarının toplamının küpüne eşit olan kaç sayı vardır?

Örnek 268 Rakamları toplamının dördüncü kuvvetine eşit olan dört basamaklı kaç sayı vardır?

Örnek 269 $\sqrt{\underbrace{444\dots4488\dots889}_n \underbrace{}_{n-1}}$ ifadesinin rakamları toplamı 1000'den küçük ise n en fazla kaç olabilir?

Örnek 270 2008 rakamlı $n = 99\dots99$ sayısının karesinin rakamları toplamı kaçtır?

Örnek 271 0'ların sayısı çift olmak üzere, $100\dots001$ formunda yazılabilen kaç asal sayı vardır?

Örnek 272 $S(n)$, n sayısının rakamlarının toplamını göstermek üzere,

$$n + S(n) = 10^6$$

olacak şekilde kaç tane n pozitif tamsayısı vardır?

Örnek 273 İlk rakamı 8 olan ve sayının ilk rakamı silindiğinde $\frac{1}{35}$ 'i elde edilen kaç pozitif tamsayı vardır?

Örnek 274 6 ile başlayan, ve 6 silindiğinde $\frac{1}{126}$ 'sı elde edilen en fazla 100 basamaklı kaç sayı vardır?

Örnek 275 Üç basamaklı bir sayının birler ve onlar basamağı yer değiştirtince sayının değeri 36 artıyor, yüzler ve birler basamağı yer değiştirirse de sayının değeri 198

azalıyor. Buna göre, eğer sayının onlar ve yüzler basamağı yer değiştirseydi sayının değeri nasıl değişirdi?

Örnek 276 N aşağıdaki üç özelliği sağlayan bir pozitif tamsayı olsun.

i) N bir sayının küpüdür.

ii) N 'nin son üç basamağı sıfırdan farklıdır.

iii) N 'nin son üç basamağı silinirse elde edilen sayı yine bir sayının küpüdür.

Buna göre, koşulları sağlayan en büyük N sayısı kaçtır?

Örnek 277 2000'den itibaren sayıları art arda yazarak, 200020012002... şeklinde bir sayı dizisi oluşturuluyor. Bu sayı dizisinde 1999 dördlüsünün üçüncü kez yan yana bulunduğu anda, yani, 200020012002...1999...1999...1999 sayı dizisinde kaç rakam vardır? b) Bu sayı dizisinde, 0 rakamı kaç kez kullanılmıştır?

Örnek 278 $1^1 + 2^2 + 3^3 + \dots + 999^{999} + 1000^{1000}$ sayısının en soldaki üç rakamı kaçtır?

Örnek 279 2^{2004} sayısı 1 ile başlayan 604 basamaklı bir sayıdır.

$$\{2^0, 2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^{2003}\}$$

kümesinde 4 ile başlayan kaç sayı vardır? (American Math. Contest 12 - 2004)

Örnek 280 $P(n)$, n sayısının rakamların çarpımını göstermek üzere,

$$P(1) + P(2) + P(3) + \dots + P(1000)$$

toplamını hesaplayınız.

Örnek 281 S kümesi, a , b ve c farklı olması gerekmeyen rakamlar olmak üzere, 0 ile 1 arasındaki tüm 0, \overline{abc} formundaki devirli ondalık sayıların kümesini gösterebilir. Bu formdaki tüm ondalık sayılar, kesir olarak yazılıp, en sadeleşmiş hale getirilirse, elde edilen kesirlerin farklı paylarının sayısı kaç olur? (AIME 1992)

Örnek 282 Soldaki ilk iki rakamı, sağdaki iki rakamından 1 fazla olan dört basamaklı sayılardan kaç tanesi tamkaredir?

Örnek 283 Bir doğal sayının karesi olan ve ilk 99 basamağı 9 olan 200 basamaklı kaç sayı vardır?

Örnek 284 Tamkare olmayan ve karekökünde virgülden sonra en az dört tane 0 olan en küçük pozitif tamsayı n olsun. $\llbracket a \rrbracket$ sayısı, a 'dan küçük en büyük tamsayıyı gösterdiğine göre, $\llbracket \sqrt{n} \rrbracket$ kaçtır?

Örnek 285 $k, a_k = 1, 66\dots67$ ondalık sayısındaki 6'ların sayısını belirtmek üzere, $n \cdot a_k$ sayısı 1000'e en yakın olacak şekilde seçilen n pozitif tamsayısı kaçtır?

Örnek 286 $A = \{9^k : k \in \mathbb{Z} \text{ ve } 0 \leq k \leq 4000\}$ kümesi veriliyor. 9^{4000} sayısı 3817 basamaklı ve en soldaki basamağı 9 ise, A kümesinin kaç elemanının en soldaki basamağı 9'dur? (AIME 1990)

Örnek 287 $n^2 + 1$ tabanında, $n^2(n^2 + 2)^2$ ve $n^4(n^2 + 2)^2$ sayılarının aynı rakama sahip fakat ters sırada dizilmiş sayılar olduğunu gösteriniz.

Örnek 288 5 tabanında basamaklarından birini 2, birini 3, diğer üçünü de a, b ve c rakamlarının oluşturduğu ve onluk tabandaki değeri $125(13a + 5b + c)$ 'ye eşit, beş tabanına göre beş basamaklı kaç sayı vardır?

Örnek 289 $x, y \in \mathbb{Z}$ olmak üzere, $x^2 + xy + y^2$ sayısının birler basamağı 0 ise, onlar basamağının da 0 olacağını ispatlayınız.

Örnek 290 $n = \overline{abcabc}$ altı basamaklı bir sayı ve $m = \overline{d00d}$ dört basamaklı bir sayı olmak üzere,

a) \sqrt{n} tamsayı olamaz. gösteriniz.

b) $\sqrt{n + m}$ tamsayı olacak şekilde tüm n ve m tamsayılarını bulunuz.

c) \sqrt{nm} en büyük tamsayı olacak şekildeki (n, m) çiftini bulunuz.

Örnek 291 En soldaki rakamı, en sağa geçtiğinde $\frac{3}{2}$ 'si elde edilen en küçük sayı kaç basamaklıdır?

Örnek 292 $f(m)$, m sayısının rakamlarının toplamını gösterebilir. $m < n$ ise,

$$(f(m))^2 = n \text{ ve } (f(n))^2 = m$$

eşitliklerini sağlayan kaç (m, n) pozitif tamsayı çifti vardır?

Örnek 293 Ondalık gösteriminde rakamlarının çarpımı $x^2 - 10x - 22$ olan tüm x doğal sayılarını bulunuz. (IMO 1968)

Örnek 294 111...1222...2 sayısı 2000 tane 1 ve 2000 tane 2'den oluşmuştur. Bu sayının, 1'den büyük dört sayının çarpımı olarak yazılabileceğini gösteriniz.

Örnek 295 $n + 1$ basamaklı $x = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$ sayısı için,

$$a_n \leq a_{n-1} \leq \dots \leq a_1 \leq a_0 = 5$$

ise, x sayısına güzel sayı diyelim. x ve x^2 sayılarının her ikisi de güzel sayı olacak şekilde sonsuz sayıda güzel sayı bulunduğunu gösteriniz.

Örnek 296 $9n$ sayısı, n sayısının rakamlarının tersten sıralanmış halidir. En fazla bir basamağı 0 olacak şekilde tüm n sayılarını bulunuz. (IMO Shortlist 1977)

Örnek 297 Herhangi x pozitif tamsayısı için, $S(x)$, x sayısının rakamlarının toplamını göstermektedir. $T(x) = |S(x+2) - S(x)|$ olduğuna göre, $T(x) \leq 1999$ olacak şekilde kaç $T(x)$ değeri vardır? (AIME 1999)

Örnek 298 İlk rakamı 6 olan ve sayının ilk rakamı silinince sayı $\frac{1}{25}$ 'i elde edilen kaç tane pozitif tamsayı vardır? (KANADA M.O. 1970)

Örnek 299 En soldaki rakamı silindiğinde $\frac{1}{29}$ 'u elde edilen en küçük pozitif tamsayının rakamları toplamını bulunuz. (AIME 2006)

Örnek 300 $\underbrace{511999\dots999}_{n \text{ tane}}$ sayısının 1999'e tam bölünebilmesi için n sayısı kaç olmalıdır?

Örnek 301 $M = \underbrace{111\dots1}_{2008 \text{ tane } 1} \cdot \underbrace{1000\dots0}_{2007 \text{ tane } 0} 5 + 1$ sayısının karekökünün rakamları toplamı kaçtır?

Örnek 302 $\sqrt{\underbrace{444\dots4488\dots889}_{n \text{ tane } \quad n-1 \text{ tane}}}$ ifadesinin rakamları toplamı 100'den küçük ise n en fazla kaç olabilir?

Örnek 303 2007 rakamlı bütün pozitif tamsayıların toplamının sonunda kaç tane sıfır vardır?

Örnek 304 $\underbrace{111\dots1}_{200 \text{ tane } 1} - \underbrace{222\dots2}_{100 \text{ tane } 2}$ sayısının karekökünün 9'a bölümünden kalan kaçtır?

Örnek 305 $\sqrt{\underbrace{444\dots44}_{2n \text{ tane}} + \underbrace{111\dots11}_{n+1 \text{ tane}} - \underbrace{666\dots66}_{n \text{ tane}}}$ sayısının rakamları toplamı 2007'den küçük ise, n en fazla kaç olur?

Örnek 306 $a = b + c$ ve $b(c + 1) = 23 - 4a$ olacak şekilde kaç \overline{abc} üç basamaklı sayısı vardır?

Örnek 307 k_1, k_2, \dots, k_7 ve n tamsayıları için, $n = k_1 + 10k_2 + \dots + 10^6k_7$ ve $3n = k_7 + 10k_6 + \dots + 10^6k_1$ olduğuna göre, n sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 1109889 B) 1109888 C) 2209889 D) 1009999 E) 1109999

Örnek 308 6 ile sona eren ve 6 en sol başa getirildiğinde 4 katı elde edilen, basamak sayısı 10'dan az sayının rakamları toplamı kaçtır?

Örnek 309 n sayısı, 3 basamaklı m sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek elde edilebiliyor. $m \cdot n = 114678$ olduğuna göre, n sayısının ortasındaki rakam kaçtır?

Örnek 310 Son rakamı 1 olan ve 1 en sola yazıldığında, $1/3$ 'ü elde edilen en küçük pozitif sayının 9'a bölümünden kalan kaçtır?

Örnek 311 n tamsayı olmak üzere, $\overline{aabb} = n^4 - 6n^3$ eşitliğini sağlayan, rakamları sıfırdan farklı kaç tane \overline{aabb} dört basamaklı sayısı vardır?

Örnek 312 \overline{abc} , \overline{cba} ve \overline{efg} üç basamaklı sayıları için, $a \geq c + 2$ ve $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{efg}$ eşitliği sağlandığına göre, $\overline{efg} + \overline{gfe}$ toplamını hesaplayınız.

Örnek 313 n tane 4 ve 1 tane 1'den oluşan $144\dots44$ sayısının tamkare olması için n kaç farklı değer alabilir?

Örnek 314 $\begin{cases} \overline{cda} - \overline{abc} = 297 \\ a + b + c = 23 \end{cases}$ olduğuna göre d kaçtır?

Örnek 315 İki tane iki basamaklı sayının çarpımı, sayıların tersten yazılışının çarpımına eşit ise bu sayı çiftine iki yüzlü sayı çifti diyelim. Örneğin, 12 ile 63 sayıları iki yüzlü sayı çiftidir. $12 \cdot 63 = 21 \cdot 36$ 'dır. Sayılardan biri 20 ile 30 arasında, diğerinin ise birler basamağı tek asal olacak şekilde kaç tane iki yüzlü sayı çifti vardır.

Örnek 316 $A = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99\dots9}_{100 \text{ tane}}$ sayısının rakamları toplamını bulunuz.

Örnek 317 $A = \underbrace{333\dots34}_{n \text{ tane } 3}$ olduğuna göre, $9A^3$ sayısındaki 3'lerin sayısı kaçtır?

Örnek 318 Verilen bir n pozitif tamsayısı için, $d(n)$, n sayısının sıfırdan farklı olan rakamlarının çarpımını gösterebilir. Buna göre, $S = d(1) + d(2) + \dots + d(999)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir? (AIME 1994)

Örnek 319 Bir sayının karesinin son iki basamağı kaç farklı sayı olabilir?

Örnek 320 Rakamları birbirinden farklı, iki basamaklı bir sayının, rakamlarının toplamı, farkı, büyüğünün küçüğüne bölümü ve çarpımları toplanarak 36 bulunuyor. Bu şekilde kaç tane sayı vardır?

Örnek 321 Onluk gösteriminde son rakamı 6 olan ve son rakamı 6 silinip geri kalan rakamların en başına yazıldığında orjinal sayının 4 katı elde edilen en küçük sayının rakamları toplamı kaçtır? (IMO - 1962)

Örnek 322 Pozitif tamsayıları bir sırada 1234567891011121314115... şeklinde yazarak bir sayı elde ediyor. Bu sayının 1000'inci rakamı aşağıdakilerden hangisidir?

Örnek 323 Bir sayı rakamları toplamından 666 daha büyükse bu sayıya şeytan sayı denilsin. Kaç tane şeytan sayı vardır?

Örnek 324 $\sqrt{\underbrace{111\dots 1}_{2m \text{ tane}} + \underbrace{444\dots 4}_{m \text{ tane}} + 1}$ sayısının 9'a bölümünden elde edilebilecek farklı kalanların toplamı nedir?

Örnek 325 Bir beş basamaklı sayının ortadaki rakamı silinirse, elde edilen sayı, orjinal sayıyı bölmektedir. Bu koşulu sağlayan kaç tane beş basamaklı sayı vardır? (KANADA M.O. 1971)

Örnek 326 n sayısı, tüm rakamları 7'den küçük olan bir tamkaredir. Her bir rakamı 3 arttırsak elde edilen sayı yine bir tamkare oluyor. Buna göre n sayısının rakamları toplamını bulunuz.

Örnek 327 Son rakamı ile ilk rakamı yer değiştirildiğinde, iki katı elde edilen kaç sayı vardır? (KANADA M.O. 1985)

Örnek 328 1987 sayısı hangi taban için üç basamaklı ve basamaklarındaki sayılar toplamı 25'dir? (KANADA M.O. 1987)

Örnek 329 Rakamları toplamının beşinci kuvvetine eşit olan beş basamaklı kaç sayı vardır?

Örnek 330 Hangi sayı sisteminde 297 sayısı 792 sayısını böler?

Örnek 331 Birincisinin yüzler basamağı, ikincisinin birler basamağına ve birincisinin birler basamağı da ikincisinin yüzler basamağına eşit olacak şekilde iki tane üç basamaklı sayı veriliyor. Bu iki sayı arasındaki fark 297 ve küçük sayının rakamları toplamı 23 ise büyük sayının rakamları çarpımı kaçtır?

Örnek 332 $\frac{9}{2}$ ile çarpıldığında, sayının rakamlarının ters sırada dizilimi elde edilen dört basamaklı kaç sayı vardır?

Örnek 333 \overline{abc} üç basamaklı sayısı için, $\overline{acb} + \overline{bca} + \overline{bac} + \overline{cab} + \overline{cba} = 3194$ olduğuna göre, \overline{abc} kaçtır? (AIME 1986)

Örnek 334 N sayısı herhangi iki basamağı aynı olmayan 8'in katı olan en büyük sayıdır. N sayısı kaçtır?

Örnek 335 N sayısının soldan itibaren her ardışık iki rakamının oluşturduğu sayı bir tamkare olsun. Buna göre, en büyük N sayısının en solundaki üç rakam kaçtır? (AIME 2001)

Örnek 336 Her bir rakamına bölünebilen tüm iki basamaklı sayıların toplamını hesaplayınız.

Örnek 337 $S(n)$, n sayısının rakamlarının toplamını göstermek üzere, $n + S(n) = 10^9$ olacak şekilde kaç tane n pozitif tamsayısı vardır?

Örnek 338 Nedim, bir işlem sırasında üç basamaklı iki sayıyı çarpmak isterken, aradaki çarpmayı unutuyor ve sayıyı 6 basamaklı olarak yazarak bulması gereken sayının 7 katını buluyor. Bu sayıların toplamını bulunuz.

Örnek 339 A sayısı n basamaklı ve A^3 sayısı da m basamaklıdır. $n + m$ sayısı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 2007 B) 2010 C) 2009 D) 2008 E) Hiçbiri

Örnek 340 Rakamları toplamının karesine eşit olan kaç sayı vardır?

Örnek 341 Basamakları toplamına eşit olan kaç pozitif tamsayı vardır?

Örnek 342 $P(n)$, n sayısının 4 tabanına göre yazılışındaki rakamların çarpımını göstermek üzere, $P(1) + P(2) + P(3) + \dots + P(255)$ toplamını hesaplayınız. (Örneğin, $22 = (112)$ için $P(22) = 1 \cdot 1 \cdot 2 = 2$ 'dir.)

Örnek 343 Rakamlarının karelerinin toplamından 1 fazla olan kaç pozitif tamsayı vardır?

Örnek 344 Herhangi komşu iki rakamı 17 veya 23'ün katı olan 1011 basamaklı n sayısının rakamları toplamı 4852 olduğuna göre, birler basamağındaki rakam kaçtır?

Örnek 345 Rakamlarının yer değişmesiyle elde edilecek tüm üç basamaklı sayıların aritmetik ortalamasına eşit olan üç basamaklı kaç sayı vardır?

Örnek 346 10 ile bölünemeyen bir sayının karesinin son iki rakamı atıldığında geri kalan sayı bir tamkare olacak şekildeki en büyük pozitif tamsayının rakamları toplamı kaçtır?

Örnek 347

Bu soruları ve bu sorulara benzer soruların çözümlerini Matematik Olimpiyatlarına Hazırlık Kitaplarının birinci cildinde bulmanız mümkündür.

Matematik Olimpiyatlarına
Hazırlık 1

Kaynaklar

1. Aliyev İ., Özdemir M., Şihaliyeva D., *Ulusal Antalya Matematik Olimpiyatları Sorular ve Çözümler*, TÜBİTAK Yayınları, 2007.
2. Alizade R., Ufuktepe Ü., *Sonlu Matematik*, TÜBİTAK Yayınları, 2006.
3. Andreescu T.; Feng Z., *101 Problems in Algebra from The Training of The USA IMO Team*, Australian Mathematics Trust, 2001.
4. Andreescu T., Feng Z., *102 Combinatorial Problems from The Training of The USA IMO Team*, Birkhäuser, 2002.
5. Andreescu T., Feng Z., *103 Trigonometry Problems from The Training of The USA IMO Team*, Birkhäuser, 2005.
6. Andreescu T, Andrica D., Feng Z., *104 Number Theory Problems from The Training Of The USA IMO Team*, Birkhäuser 2007.
7. Andreescu T., Enescu B., *Mathematical Olympiad Treasures*, Birkhäuser, 2006.
8. Andreescu T, Feng Z., *Mathematical Olympiads, 1996-1997: Problems and Solutions From Around The World*, The Math. Association of America, 1998.
9. Andreescu T, Feng Z., *Mathematical Olympiads, 1997-1998: Problems and Solutions from Around The World*, The Math. Association of America, 1999.
10. Andreescu T, Feng Z., *Mathematical Olympiads: Problems and Solutions from Around The World 1998-1999*, The Math. Association of America, 2000.
11. Andreescu T, Feng Z., George L., *Mathematical Olympiads, 1999-2000: Problems and Solutions from Around The World*, The Math. Association of America, 2002.
12. Andreescu T, Feng Z., George L., *Mathematical Olympiads, 2000-2001: Problems and Solutions from Around The World*, The Math. Association of America, 2003.
13. Arthur E., *Problem - Solving Strategies*, 1999, Springer.
14. Balcı M., *Matematik Analiz*, Cilt 1., Balcı Yayınları, 2008.
15. Bin X., Peng Yee L., *Mathematical Olympiad in China Problems and Solutions*, East China Normal University Press and World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2007.
16. Don R., *Number Theory, An Introduction*, Marcel Dekker, Newyork, 1996.
17. Dickson L. E., *First Course in The Theory of Equations*, J.Wiley & Sons, 1922.
18. Doob M., *The Canadian Mathematical Olympiad 1969–1993*, University of Toronto Press, 1993.
19. Felda Darjo, (by Translated), *40 National Math. Olymp. in Slovenia*, Soc. of Math., Phy. and Astr. of Slovenia, 1996.
20. Fomin D., Kirichenko A., *Leningrad Mathematical Olympiads 1987–1991*, Math-Pro Press, 1994.

21. Fomin D., Genkin S., Itenberg I., *Mathematical Circles*, American Mathematical Society, 1996.
22. Gerald L. A., Klosinski L. F., Larson L. C., *The William Lowell Putnam Mathematical Competition Problems and Solutions: 1965-1984*, 1985, The Mathematical Association of America.
23. Gözükızıl Ö. F., Yaman M., *Olasılık Problemleri*, Sakarya Kitabevi, 2005.
24. Greitzer S. L., *Uluslararası Matematik Olimpiyatları 1959 - 1977*, TÜBİTAK Yayınları, 1984.
25. Gürlü Ö., *Meraklısına Geometri*, Zambak Yayınları, 2005.
26. Honsberger R., *From Erdos to Kiev Problems of Olympiad Caliber*, The Mathematical Association of America, 1996.
27. Honsberger R., *In Polya's Footsteps, Miscellaneous Problems And Essays*, The Mathematical Association of America, 1997.
28. Honsberger R., *Mathematical Diamonds*, The Mathematical Association of America, 2003.
29. Karakaş H. İ., Aliyev İ., *Sayılar Teorisinde İlginç Olimpiyat Problemleri ve Çözümleri*, TÜBİTAK Yayınları 1999.
30. Karakaş H. İ., Aliyev İ., *Analiz ve Cebirde ilginç olimpiyat problemleri ve Çözümleri*, TÜBİTAK Yayınları 1999.
31. Kazarinoff N. D., *Geometric Inequalities*, New Mathematical Library, Vol. 4, Random House, 1961.
32. Klamkin M., *USA Mathematical Olympiads 1972-1986 Problems And Solutions*, Mathematical Association of America, 1989.
33. Klamkin M., *International Mathematical Olympiads, 1978-1985*, New Mathematical Library, Vol. 31, Mathematical Association of America, 1986.
34. Kızılırmak A., Akbulut F., *Cevdet Bilsay'dan Bir Demet*, Ege Ün. Yay., Bornova, 1975.
35. Kuczma M., *144 Problems of The Austrian-Polish Mathematics Competition 1978-1993*, The Academic Distribution Center, 1994.
36. Larson L. C., *Problem - Solving Through Problems*, Springer - Verlag, 1992.
37. Lidsky V., Ovsyannikov L., Tulaikov A., and Shabunin M., *Problems in Elementary Mathematics*, Mir, Moscow: 1973
38. Nesin A., *Matematiğe Giriş III, Sayma*, Nesin Yayıncılık, 2009.
39. Nesin A., *Matematiğe Giriş I, Sezgisel Kümeler Kuramı*, Nesin Yayıncılık, 2008.
40. Salkind C. T., *The Contest Problem Book*, Random Hause, 1961.
41. Shanks D., *Solved and Unsolved Problems in Number Theory*, 1978, Chelsea Pub. Company, New York.
42. Shklarsky D. O., Chentzov N. N., Yaglom I. M., *The USSR Olympiad Problem Book*, Dover Pub. 1994.

43. Yücesan R., *Meraklısına Matematik*, Zambak Yayınları, 2005.
44. Terzioğlu N., İçen O., Saban G., Şahinci H., *Analiz Problemleri*, Şirketi Müret-tibiye Basımevi, 1962.
45. Töngemen M., *Tübitak Ulusal Matematik Olimpiyat Soru ve Çözümleri*, 1993-2006, Altın Nokta Yayınları, 2006.
46. TÜBİTAK, *Liselerarası Mat. Yarışması Soruları ve Çözümleri*, 1969-1983, TÜBİTAK Yayınları, 1983.
47. Türk Matematik Derneği, *Matematik Dünyası Dergileri*, 2000 - 2008.
48. Özdeğer A., Özdeğer N., *Çözümlü Analiz Problemleri Cilt 1*, Kuşak Ofset, 1995.
49. Öztunç M. K., *Trigonometri Problemleri*, İrem Yayınevi, 1965.

Matematik Olimpiyatlarına
Hazırlık 1